مثبت محور z (θ) و زاویهٔ گرایی[۴] از قسمت مثبت محور x (φ).

۲-۲-۳-۱- تبدیل مختصات کروی به دکارتی:

هرگاه به شکل (۲-۷) با دقت مشاهده شود خواهیم داشت

$$\rho = r\sin\theta \tag{۲-۷}$$

$$A_x = \rho\cos\varphi = r\sin\theta\cos\varphi \tag{۲-۸}$$

$$A_y = \rho\sin\varphi = r\sin\theta\sin\varphi \tag{۲-۹}$$

$$A_z = r\cos\theta \tag{۲-۱۰}$$

۲-۲-۳-۲- تبدیل مختصات دکارتی به کروی:

$$\rho = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{۲-۱۱}$$

$$r = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \tag{۲-۱۲}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\rho}{A_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}}{A_z}\right) \tag{۲-۱۳}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \tag{۲-۱۴}$$

۲-۳- اِلمان گیری:

اِلمان در ریاضیات به قسمتی از یک دستگاه گفته می‌شود که خواص همان دستگاه را به طور کامل یا جزئی داشته باشد. در حل مسائل فیزیک در سطح دانشگاهی مسئلهٔ المان گیری در پیدا کردن میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی و میدان‌های مغناطیسی مورد توجه قرار می‌گیرند. در این راستا سه نوع المان گیری وجود دارد، **اِلمان طولی**، **اِلمان سطحی** و **اِلمان حجمی**؛ که المان های طولی و سطحی کمیت‌هایی برداری و المان حجمی کمیتی نرده‌ای است.

۲-۳-۱- اِلمان‌ها در دستگاه دکارتی:

I- المان‌های طولی:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad dx = \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x \tag{۲-۱۵}$$

[4] azimuth angle

(۱۶-۲)　$$dy = \lim_{\Delta y \to 0} \Delta y \qquad \Delta y = y_2 - y_1$$

(۱۷-۲)　$$dz = \lim_{\Delta z \to 0} \Delta z \qquad \Delta z = z_2 - z_1$$

II- المان‌های سطحی:

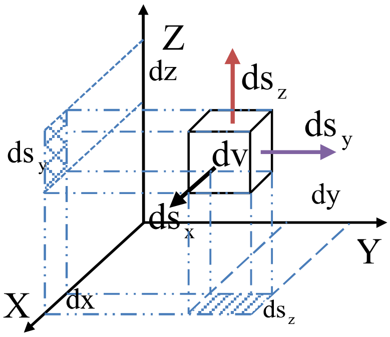
(۱۸-۲)　$$ds_x = \lim_{\Delta y, \Delta z \to 0} \Delta y \, \Delta z = dydz$$

(۱۹-۲)　$$ds_y = \lim_{\Delta x, \Delta z \to 0} \Delta x \, \Delta z = dxdz$$

(۲۰-۲)　$$ds_z = \lim_{\Delta x, \Delta y \to 0} \Delta x \, \Delta y = dxdy$$

III- المان حجمی:

(۲۱-۲)　$$dv = dxdydz$$



شکل ۲-۸- المان‌های سطحی و حجمی در مختصات دکارتی

۲-۳-۲- اِلمان‌ها در دستگاه استوانه‌ای:

I- المان‌های طولی:

(۲۲-۲)　(المان شعاعی)　$$d\rho = \lim_{\Delta \rho \to 0} \Delta \rho \qquad \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$$

(۲۳-۲)　(المان کمانی)　$$\rho d\varphi = \rho \lim_{\Delta \varphi \to 0} \Delta \varphi \qquad \rho \Delta \varphi = \rho(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(۲۴-۲)　(المان ارتفاعی)　$$dz = \lim_{\Delta z \to 0} \Delta z \qquad \Delta z = z_2 - z_1$$

II- المان‌های سطحی:

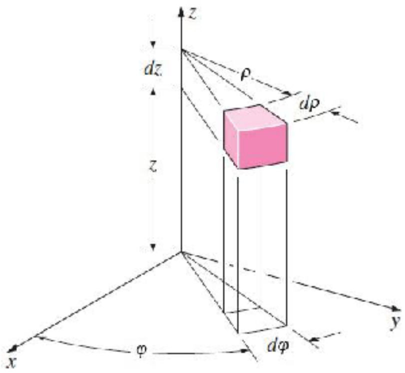
(۲۵-۲)　$$ds_\rho = \lim_{\Delta \varphi, \Delta z \to 0} \rho \Delta \varphi \Delta z = \rho d\varphi dz$$

(۲۶-۲)　$$ds_\varphi = \lim_{\Delta \rho, \Delta z \to 0} \Delta \rho \Delta z = d\rho dz$$

(۲۷-۲)　$$ds_z = \lim_{\Delta \rho, \Delta \varphi \to 0} \rho \Delta \rho \Delta \varphi = \rho d\rho d\varphi$$

III- المان حجمی:

(۲۸-۲)　$$dv = \rho d\rho d\varphi dz$$



شکل ۲-۹- المان‌های سطحی و حجمی در مختصات استوانه‌ای

۲-۳-۳- اِلمان‌ها در دستگاه کروی:

I- المان‌های طولی:

(۲۹-۲)　(المان شعاعی)　$$dr = \lim_{\Delta r \to 0} \Delta r \qquad \Delta r = r_2 - r_1$$

(۳۰-۲)　(المان گرائی[5])　$$r \sin\theta d\varphi = r \sin\theta \lim_{\Delta \varphi \to 0} \Delta \varphi \qquad r \sin\theta \Delta\varphi = r(\varphi_2 - \varphi_1)$$

---

[5] azimuth

(۲-۳۱) (المان سمت الرأس[6]) $r d\theta = r \lim_{\Delta\theta\to 0} \Delta\theta$ $\qquad r\Delta\theta = r(\theta_2-\theta_1)$

II- المان‌های سطحی:

$$ds_r = \lim_{\Delta\varphi,\Delta\theta\to 0}(r\sin\theta\Delta\varphi)(r\Delta\theta)$$

$$= r^2\sin\theta d\theta d\varphi \qquad (۲-۳۲)$$

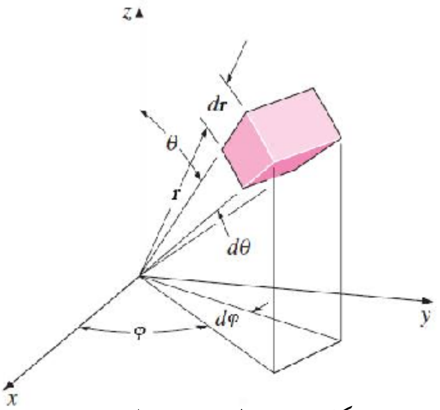
$$ds_\varphi = \lim_{\Delta r,\Delta\theta\to 0}\Delta r\,(r\Delta\theta) = r dr d\theta \qquad (۲-۳۳)$$

$$ds_\theta = \lim_{\Delta r,\Delta\varphi\to 0}\Delta r\,(r\sin\theta\Delta\varphi)$$

$$= r\sin\theta dr d\varphi \qquad (۲-۳۴)$$

III- المان حجمی:

$$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\varphi \qquad (۲-۳۵)$$



شکل ۲-۱۰- المان‌های سطحی و حجمی در مختصات کروی

۲-٤- جبر برداری:

بررسی جبر برداری را با برخی گزاره‌های صوری مربوط به بردارها شروع می‌کنیم. در این راستا تعاریف را ابتدا در مختصات دکارتی تعریف نموده و سپس به مختصات‌های استوانه‌ای و کروی تعمیم می‌دهیم.

۲-٤-۱- تساوی بردارها:

$$\vec{A} = \vec{B} \qquad (۲-۳۶)$$

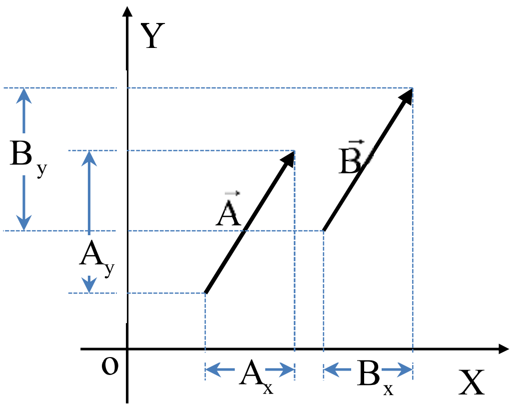
یا

$$(A_x, A_y, A_z) = (B_x, B_y, B_z)$$

معادل سه معادلهٔ زیر است:

$$A_x = B_x,\quad A_y = B_y,\quad A_z = B_z$$

یعنی، **دو بردار مساوی‌اند، اگر و فقط اگر، مؤلفه‌های آن‌ها به ترتیب با هم مساوی باشند.**



شکل ۲-۱۱- نمایش بردارهای مساوی

[6] zenith angle