

فصل ۳

روابط بهره و کاربردهای آن

۳-۱- مقدمه

نرخ بهره، ارزش اجاره پول است. نرخ بهره بیانگر رشد سرمایه در هر دوره می‌باشد. این دوره ممکن است یک‌ماه، یک فصل، شش ماه یا یک سال باشد. نرخ بهره مرکب ۱۵ درصد بیانگر آن است که هر ۱۰۰ روپیه‌ای که در اکنون سرمایه‌گذاری می‌شود مقدار ۱۵ روپیه در انتهای سال اول به حساب افزوده می‌شود. بنابراین، کل مقدار پول در انتهای سال اول برابر ۱۱۵ روپیه خواهد بود. در انتهای سال دوم، مجدداً ۱۵ درصد به ۱۱۵ روپیه (یعنی ۱۷/۲۵ روپیه) اضافه خواهد شد. از اینرو، مقدار کل پول در انتهای سال دوم ۱۳۲/۲۵ روپیه خواهد بود. فرایند تا سال خاصی که مدنظر است ادامه می‌یابد.

۳-۲- ارزش زمانی پول

اگر یک سرمایه‌گذار مجموع ۱۰۰ روپیه را در سپرده ثابت برای ۵ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد سرمایه‌گذاری کند، مقدار تجمعی در انتهای هر سال بصورت جدول (۳-۱) نشان داده شده است.

جدول (۳-۱). مقدار مرکب (مقدار سپرده=۱۰۰ روپیه)

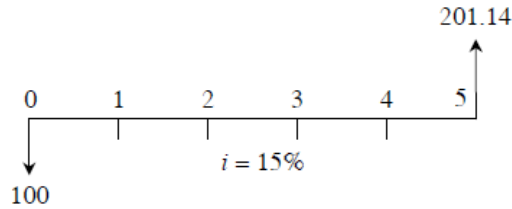
انتهای سال	بهره (روپیه)	مقدار مرکب (روپیه)
۰		۱۰۰/۰۰
۱	۱۵/۰۰	۱۱۵/۰۰
۲	۱۷/۲۵	۱۳۲/۲۵
۳	۱۹/۸۴	۱۵۲/۰۹
۴	۲۲/۸۱	۱۷۴/۹۰
۵	۲۶/۲۴	۲۰۱/۱۴

رابطه‌ای که ارزش آتی در ستون سوم بدست می‌آورد بصورت زیر است

$$F = P \times (1+i)^n$$

که در آن، P مقدار سرمایه‌گذاری شده در زمان صفر، F مقدار آتی، i نرخ بهره مرکب سالانه و n دور سپرده‌گذاری است.

مقدار سررسید در انتهای سال پنجم برابر ۲۰۱/۱۴ روپیه است. یعنی مقدار ۲۰۱/۱۴ روپیه در انتهای سال پنجم معادل ۱۰۰ روپیه در زمان صفر (یعنی حال) است. این مسئله بصورت نموداری در شکل (۱-۳) نشان داده شده است. در این شکل فرض شده که در تورم صفر درصد است.



شکل (۱-۳) ارزش زمانی پول

مفهوم بالا ممکن است بصورت دیگر مورد بحث قرار گیرد. اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال n ام داشته باشیم، مقداری که اکنون بایستی در نرخ بهره ۱۵ درصد سپرده‌گذاری کنیم، چقدر می‌باشد؟ جزئیات این عمل در شکل جدول (۲-۳) نشان داده شده است.

جدول (۲-۳). مقدار ارزش حال (نرخ بهره=۱۵ درصد)

مقدار مرکب پس از n سال	ارزش حال	انتهای سال (n)
۱۰۰		۰
۱۰۰	۸۶/۹۶	۱
۱۰۰	۷۵/۶۱	۲
۱۰۰	۶۵/۷۵	۳
۱۰۰	۵۷/۱۸	۴
۱۰۰	۴۹/۷۲	۵
۱۰۰	۴۳/۲۹	۶
۱۰۰	۳۷/۵۹	۷
۱۰۰	۳۲/۶۹	۸
۱۰۰	۲۸/۴۳	۹
۱۰۰	۲۴/۷۲	۱۰

رابطه‌ای که ارزش حال در ستون دوم بدست می‌آید بصورت زیر می‌باشد

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

بر اساس جدول (۳-۲)، واضح است که اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال پنجم داشته باشیم، بایستی اکنون مقدار ۴۹/۷۲ روپیه سپرده‌گذاری کنیم. بطور مشابه، اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال دهم داشته باشیم، بایستی اکنون مقدار ۲۴/۷۲ روپیه سپرده‌گذاری کنیم. همچنین این مفهوم می‌تواند بصورت زیر بیان شود:

فردی یک جایزه از یک شرکت مالی در طول مسابقات جشنواره‌ای اخیر دریافت کرده است. اما این جایزه یکی از دو صورت زیر است:

۱. پرداخت نقدی (فوری) ۲۴/۷۲ روپیه یا
۲. ۱۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال (بر اساس نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد)

اگر برنده جایزه انتخاب بهتری نداشته باشد که بیش از اساس نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بدست آورد و اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد نرخ بهره معمول پرداخت‌شده در تمام شرکت‌های مالی باشد، فرقی بین اینکه ۲۴/۷۲ روپیه را دریافت کند یا ۱۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال، وجود ندارد.

از طرف دیگر، فرض کنید که برنده جایزه تجارت خودش را دارد که در آن می‌تواند نرخ بهره مرکب سالانه ۲۴ درصد (بیش از ۱۵ درصد) بدست آورد، بهتر است جایزه پولی ۲۴/۷۲ روپیه را اکنون دریافت کند و آن را در تجارت خودش مصرف نماید. اگر این گزینه ادامه یابد، مقدار معادل ۲۴/۷۲ روپیه در انتهای سال دهم ۲۱۲/۴۵ روپیه خواهد بود. این مثال بطور واضح ارزش زمانی پول را نشان می‌دهد.

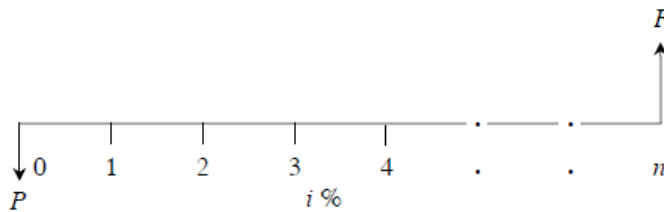
۳-۳- روابط بهره

وقتی تصمیم گرفته می‌شود سرمایه‌گذاری صورت گیرد، شرکت‌ها آن را از طرق مختلفی انجام می‌دهند. برای ساده‌سازی تمامی محاسبات، مهم است که بدانیم چگونه روابط بهره بطور مؤثرتری بکار می‌روند. پیش از بحث در مورد کاربرد مؤثر روابط بهره در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، روابط بهره مختلف ارائه می‌شود. نرخ بهره می‌تواند به «نرخ بهره ساده» و «نرخ بهره مرکب» طبقه‌بندی شود.

در بهره ساده، بهره بر اساس سپرده اولیه برای هر دوره محاسبه می‌شود. در این حالت، محاسبه بهره بر بهره عملی نیست. در بهره مرکب، بهره برای دوره جاری بر اساس مقدار در شروع دوره جاری (اصل به علاوه بهره در انتهای دوره قبلی) محاسبه می‌شود. نشانه‌هایی که در رابطه بهره مختلف استفاده می‌شود شامل P مقدار اصل، n تعداد دوره‌های بهره، i نرخ بهره (ممکن است بصورت مرکب ماهانه، فصلی، شش‌ماه یا سالانه باشد)، F مقدار آتی در انتهای سال n ، A مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره و G مقدار یکنواختی که پس از دوره از مقدار سپرده A در انتهای دوره 1 اضافه یا کسر می‌شود.

۲-۳-۱- مقدار مرکب پرداخت تکی

در اینجا، هدف یافتن مجموع آتی تکی (F) پرداخت اولیه (P) در زمان صفر پس از n دوره در نرخ بهره i مرکب‌شده در هر دوره است. نمودار جریان نقدی این وضعیت در شکل (۲-۳) نشان داده شده است.



شکل (۲-۳). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب پرداخت تکی

رابطه بدست آوردن مقدار مرکب پرداخت تکی بصورت زیر است.

$$F = P(1+i)^n = P(F/P, i, n)$$

که در آن، $(F/P, i, n)$ عامل مقدار مرکب پرداخت تکی خوانده می‌شود.

مثال ۲-۳-۱- فردی ۲۰۰۰۰ روپیه در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد برای ۱۰ سال سپرده‌گذاری می‌کند. ارزش سررسید پس از ۱۰ سال را بیابید.

حل

$P = 20000$ روپیه

$i = 18$ درصد

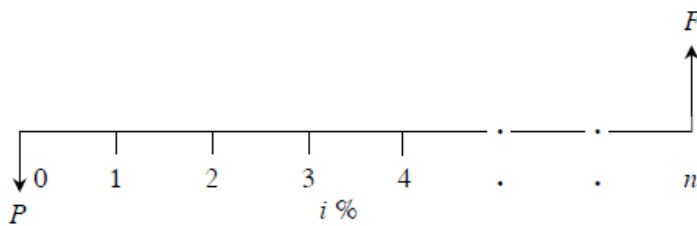
$n = 10$ سال

$$\begin{aligned}
 F &= P(1+i)^n = P(F/P, i, n) \\
 &= 2000 \cdot (F/P, i, n) \\
 &= 2000 \cdot 5/234 = 104680 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

ارزش سررسید ۲۰۰۰ روپيه سرمايه‌گذاري اکنون در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد برابر ۱۰۴۶۸۰ روپيه پس از ۱۰ سال خواهد بود.

۳-۲- مقدار ارزش حال پرداختی تکی

در اینجا، هدف یافتن مقدار ارزش حال (P) مجموع آتی تکی (F) که پس از n دوره در نرخ بهره مرکب i در انتهای هر دوره، بدست می‌آید، می‌باشد. نمودار جریان نقدی این وضعیت در شکل (۳-۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۳). نمودار مقدار پرداخت ارزش حال تکی

رابطه بدست آوردن ارزش حال بصورت زیر است.

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F(P/F, i, n)$$

که در آن، $(P/F, i, n)$ عامل ارزش حال پرداخت تکی خوانده می‌شود.

مثال ۳-۲- فردی می‌خواهد ارزش آتی ۱۰۰۰۰۰۰ روپيه برای آموزش پسرش پس از ۱۰ سال را داشته باشد. پرداخت تکی‌ای که بایستی اکنون سپرده‌گذاری کند تا به مقدار مطلوبش پس از ۱۰ سال برسد چه میزان است؟ بانک نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را می‌دهد.

حل

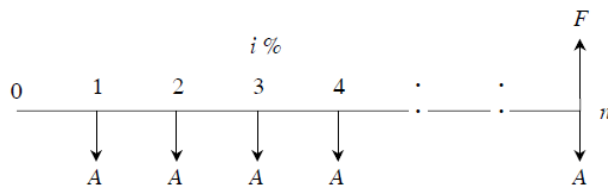
$$\begin{aligned}
 F &= 1000000 \text{ روپيه} \\
 i &= 15 \text{ درصد} \\
 n &= 10 \text{ سال}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= F/(1+i)^n = F(P/F, i, n) \\
 &= 10000 \cdot (P/F, 15\%, 10) \\
 &= 10000 \cdot 0.2472 = 24720 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

فرد بایستی ۲۴۷۲۰ روپیه را اکنون سرمایه‌گذاری کند تا مجموع ۱۰۰۰۰۰ روپیه را پس از ۱۰ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد داشته باشد.

۳-۳-۳- مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

در این نوع سرمایه‌گذاری، هدف یافتن ارزش آتی n پرداخت مساوی است که در انتهای هر دوره تا انتهای دوره n ام در نرخ بهره مرکب i در هر دوره می‌باشد، ایجاد شده است. نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.



شکل (۳-۴). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

در شکل (۳-۴)، A مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره، n تعداد دوره‌های بهره، i نرخ بهره و F مقدار آتی تکی است. رابطه F بصورت زیر می‌باشد:

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A(F/A, i, n)$$

که در آن، $(F/A, i, n)$ عامل مقدار مرکب سری پرداخت مساوی است.

مثال ۳-۳-۳- فردی که اکنون ۳۵ سالش است برای دوره بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. وی برنامه‌ریزی برای سرمایه‌گذاری معادل مجموع ۱۰۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال را برای ۲۵ سال آینده دارد. بانک نرخ بهره مرکب سالانه ۲۰ درصد را می‌دهند. ارزش سررسید این مقدار وقتی فرد ۶۰ سالش می‌شود را بیابید.

حل

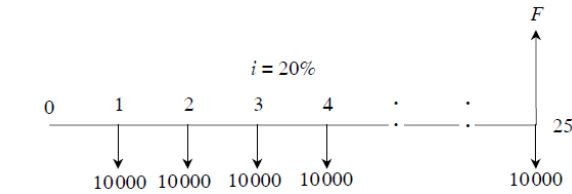
$$A = 10000 \text{ روپيه}$$

$$n = 25 \text{ سال}$$

$$i = 20\% \text{ درصد}$$

$$F = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۵-۳) نشان داده شده است.



شکل (۵-۳). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$= A(F/A, i, n)$$

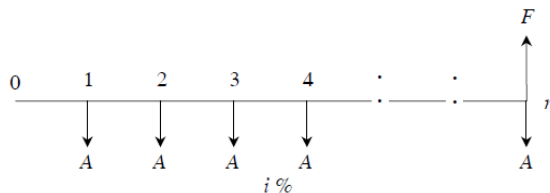
$$= 10000 \cdot (F/A, 20\%, 25)$$

$$= 10000 \times 741/981 = 7419810 \text{ روپيه}$$

مجموع آتی پرداخت مساوی سالانه پس از ۲۵ سال برابر ۴۷۱۹۸۱۰ روپیه می باشد.

۳-۳-۴- ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

در این نوع سرمایه گذاری، هدف یافتن مقدار معادل (A) است که بایستی در انتهای هر دوره برای دوره n برای حصول مجموع آتی (F) در انتهای دوره n در نرخ بهره i سپرده گذاری شود. نمودار جریان نقدی در شکل (۶-۳) نشان داده شده است.



شکل (۶-۳). نمودار جریان نقدی ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

در شکل (۳-۴)، مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره، n تعداد دوره‌های بهره، i نرخ بهره و F مقدار آتی تکی در انتهای دوره n است. رابطه F بصورت زیر می‌باشد:

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F(A/F, i, n)$$

که در آن، $(A/F, i, n)$ عامل ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی است.

مثال ۳-۴ - یک شرکت بایستی امکانات حال خود را پس از ۱۵ سال به مبلغ ۵۰۰۰۰۰ روپیه جایگزین نماید. این شرکت برنامه‌ریزی برای سپرده‌گذاری مقدار مساوی در انتهای هر سال برای ۱۵ سال در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد را خواهد داشت. مقدار معادل که بایستی در انتهای هر سال برای ۱۵ سال سپرده‌گذاری کند را بیابید.

حل

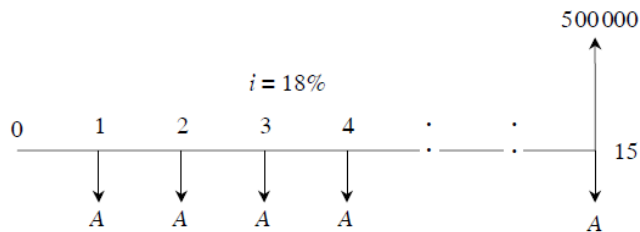
$$F = 500000 \text{ روپیه}$$

$$n = 15 \text{ سال}$$

$$i = 18\% \text{ درصد}$$

$$A = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۷) نشان داده شده است.



شکل (۳-۷). نمودار جریان نقدی ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F(A/F, i, n)$$

$$= 500000 (A/F, 18\%, 15)$$

$$= 50000 \times 0.0164 = 8200 \text{ روپيه}$$

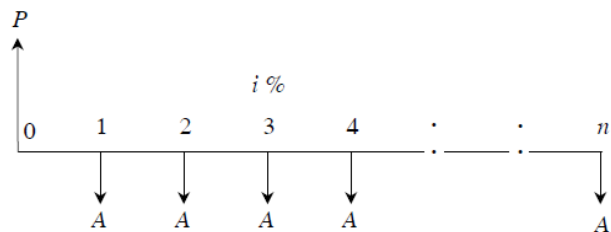
مقدار مساوی سالانه بایستی برای ۱۵ سال سپرده‌گذاری شود برابر ۸۲۰۰ روپیه می‌باشد.

۳-۳-۵- مقدار ارزش حال سری پرداخت مساوی

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن ارزش حال پرداخت‌های مساوی در انتهای هر دوره برای n دوره در نرخ بهره مرکب i می‌باشد. نمودار نقدی در شکل (۳-۸) نشان داده شده است. در اینجا، P ارزش حال، A پرداخت معادل سالانه، i نرخ بهره و n تعداد دوره‌ها می‌باشد. رابطه محاسبه P بصورت زیر می‌باشد.

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A(P/A, i, n)$$

که در آن، $(P/A, i, n)$ عامل ارزش حال سری پرداختی مساوی است.



شکل (۳-۸). نمودار جریان نقدی مقدار ارزش حال سری پرداخت مساوی

مثال ۳-۵. یک شرکت می‌خواهد ذخیره‌ای را ساماندهی کند که به شرکت برای داشتن مقدار معادل سالانه ۱۰۰۰۰۰۰ روپیه برای ۲۰ سال آینده کمک کند. این ذخیره فرض می‌شود نرخ بهره سالانه ۱۵ درصد داشته باشد. پرداخت تکی‌ای که بایستی اکنون بصورت مقدار ذخیره بوجود آید را بیابید.

حل

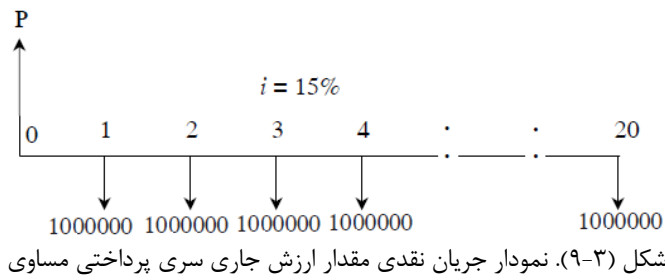
$$A = 1000000 \text{ روپيه}$$

$$n = 20 \text{ سال}$$

$$i = 15 \text{ درصد}$$

$$P = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۹-۳) نشان داده شده است.



$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A(P/A, i, n)$$

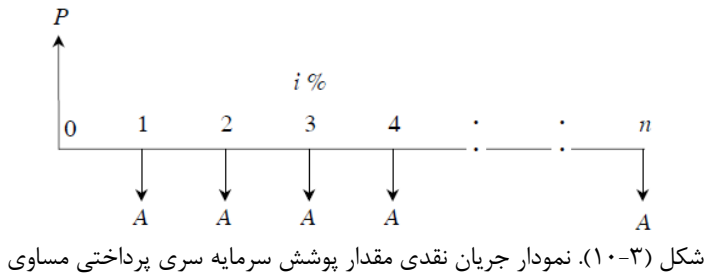
$$= 1.000000 \cdot (P/A, 15\%, 20)$$

$$= 1.000000 \times 625930 = 625930 \text{ روپيه}$$

مقدار ذخیره‌ای که می‌بایست اکنون ساماندهی شود برابر ۶۲۵۹۳۰۰ می‌باشد.

۳-۳-۶- مقدار پوشش سرمایه سری پرداختی مساوی (عامل بازگشت سرمایه)

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن مقدار معادل سالانه‌ای (A) است که در انتهای هر دوره برای n دوره برای وام (P) در نرخ بهره مرکب i برای آن تصویب شده است، بازیابی می‌شود (به شکل ۱۰-۳ مراجعه نمایید).



در شکل (۸-۳) P ارزش حال (مقدار وام)، A پرداخت معادل سالانه (مقدار بازیابی)، i نرخ بهره و n تعداد دوره‌ها می‌باشد. رابطه محاسبه P بصورت زیر می‌باشد.

$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(A/P, i, n)$$

که در آن، $(A/P, i, n)$ عامل بازیابی سرمایه سری پرداخت مساوی است.

مثال ۳-۶- بانکی وامی برای خرید تجهیزاتی به ارزش ۱۰۰۰۰۰۰ روپیه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد به یک شرکت می‌دهند. این مقدار می‌بایست ۱۵ ساله بصورت قسطی بازپرداخت گردد. مقدار اقساطی که شرکت بایستی به بانک پرداخت کند چه میزان است.

حل

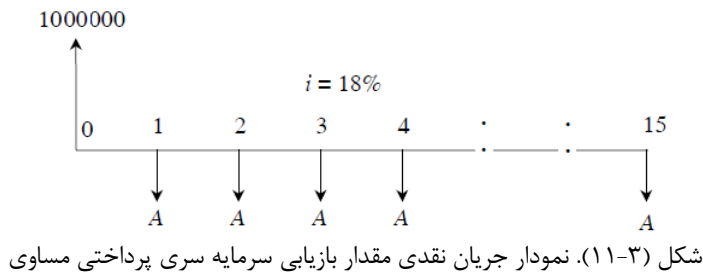
$$P = 1000000 \text{ روپیه}$$

$$n = 15 \text{ سال}$$

$$i = 18\% \text{ درصد}$$

$$A = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۱۱) نشان داده شده است.



$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(A/P, i, n)$$

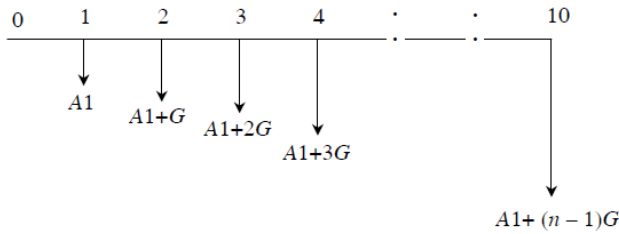
$$= 1000000(A/P, 18\%, 15)$$

$$= 1000000 \times 0.1964 = 196400 \text{ روپیه}$$

قسط معادل سالانه که شرکت می‌بایست به بانک پرداخت کند برابر ۱۹۶۴۰۰ روپیه است.

۷-۳-۳- مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن مقدار معادل سالانه یک سری با مقدار A_1 در انتهای سال اول و با ضریب افزایشی (G) در انتهای هر $n-1$ سال با نرخ بهره مرکب سالانه i می‌باشد. نمودار جریان نقدی در شکل (۱۲-۳) نشان داده شده است.



شکل (۱۲-۳). نمودار جریان نقدی مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

رابطه محاسبه A بصورت زیر می‌باشد.

$$A = A_1 + G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i(1+i)^n - i}$$

$$= A_1 + G(A/G, i, n)$$

که در آن، $(A/G, i, n)$ عامل سری گرادیان یکنواخت است.

مثال ۷-۳-۳ - فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی بیش از ۱۰ سال است. وی علاقه دارد ۲۰ درصد از حقوقش را سپرده‌گذاری کند که برابر ۴۰۰۰ روپیه در انتهای سال اول می‌شود. همچنین می‌خواهد مقدار افزایش سالانه ۵۰۰ روپیه‌ای را برای ۹ سال آینده با نرخ بهره ۱۵ درصد برای سپرده‌گذاری‌اش داشته باشد. مقدار کل در انتهای سال دهم سری بالا را بیابید.

حل

$$A_1 = 4000 \text{ روپیه}$$

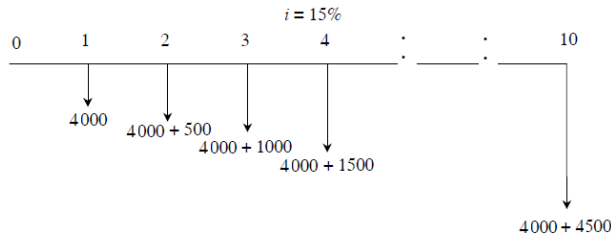
$$G = 500 \text{ روپیه}$$

$$n = 10 \text{ سال}$$

$i = 15\%$ درصد

A و F ؟

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۱۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۱۳). نمودار جریان نقدی مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

$$\begin{aligned}
 A &= A1 + G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i(1+i)^n - i} \\
 &= A1 + G(A/G, i, n) \\
 &= 4000 + 500(A/G, 15\%, 10) \\
 &= 4000 + 500 \times 3/3832 = 5691/60 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

مقدار معادل پرداختی برابر $5691/60$ روپيه در انتهای هر سال برای ۱۰ سال آینده خواهد بود. مجموع ارزش آتی اصلاح این سری در انتهای سال دهم بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 F &= A(F/A, i, n) \\
 &= A(F/A, 15\%, 10) \\
 &= 5691/60 (20/304) \\
 &= 115562/25 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

در انتهای سال دهم، مقدار مرکب تمامی پرداختی‌هایش برابر $115562/25$ روپيه خواهد بود.

مثال ۳-۸- فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی بیش از ۱۰ سال است. وی علاقه دارد ۸۵۰۰ روپيه را در انتهای سال اول سپرده‌گذاری کند. همچنین می‌خواهد مقدار کاهش سالانه ۵۰۰ روپيه‌ای را برای ۹ سال آینده با نرخ بهره ۱۵ درصد برای سپرده‌گذاری‌اش داشته باشد. مقدار کل در انتهای سال دهم سری بالا را بیابید.

حل

$A1 = ۸۵۰۰$ روپيه

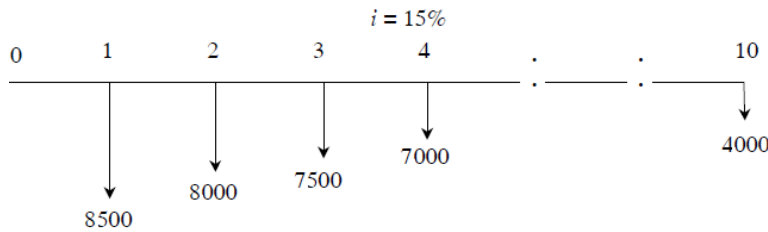
$G = -۵۰۰$ روپيه

$n = ۱۰$ سال

$i = ۱۵\%$ درصد

$F = ?$ و A

نمودار جريان نقدي در شكل (۳-۱۴) نشان داده شده است.



شكل (۳-۱۴). نمودار جريان نقدي مقدار معادل سالانه سري گرايدان يکنواخت

$$A = A1 - G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i(1+i)^n - i}$$

$$= A1 - G(A/G, i, n)$$

$$= ۴۰۰۰ - ۵۰۰(A/G, ۱۵\%, ۱۰)$$

$$= ۴۰۰۰ - ۵۰۰ \times ۳/۳۸۳۲ = ۶۸۰۸/۴۰$$
 روپيه

مقدار معادل پرداختی برابر $۶۸۰۸/۴۰$ روپيه در انتهای هر سال برای ۱۰ سال آینده خواهد بود. مجموع ارزش آتی اصلاح این سري در انتهای سال دهم بصورت زیر بدست می آید.

$$F = A(F/A, i, n)$$

$$= A(F/A, ۱۵\%, ۱۰)$$

$$= ۶۸۰۸/۴۰ (۲/۳۰۴)$$

$$= ۱۳۸۲۳۷/۷۵$$
 روپيه

در انتهای سال دهم، مقدار مرکب تمامی پرداختی هایش برابر $۱۳۸۲۳۷/۷۵$ روپيه خواهد بود.

۳-۳-۸- نرخ بهره مؤثر

فرض کنید i نرخ بهره اسمی مرکب سالانه باشد. اما در عمل، مرکب‌سازی ممکن است کمتر از یکسال اتفاق بیفتند. برای مثال، مرکب‌سازی ممکن است ماهانه، فصلی یا شش ماه باشد. مرکب‌سازی ماهانه به معنی آن است که بهره در انتهای هر ماه محاسبه می‌شود. ۱۲ دوره در هر سال وجود خواهد داشت اگر بهره بصورت ماهانه مرکب‌سازی شود. در این شرایط، رابطه محاسبه نرخ بهره مؤثر که بصورت مرکب است، بصورت زیر خواهد بود.

$$R = (1+i/C)^C - 1$$

نرخ بهره مؤثر

که در آن، i نرخ بهره اسمی و C تعداد دوره‌ها در سال می‌باشد.

مثال ۳-۹- فردی مجموع ۵۰۰۰ روپیه در بانکی با نرخ بهره اسمی ۱۲ درصد برای ۱۰ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. مرکب‌سازی بصورت فصلی است. مقدار سررسید سپرده پس از ۱۰ سال را بیابید.

حل

$$P = 5000 \text{ روپیه}$$

$$n = 10 \text{ سال}$$

$$i = 12 \text{ درصد (نرخ بهره اسمی)}$$

$$F = ?$$

روش اول

$$\text{تعداد دوره‌ها در هر سال} = 4$$

$$\text{تعداد دوره‌ها در ۱۰ سال} = 10 \times 4 = 40$$

$$\text{تعداد دوره‌های اصلاح شده (تعداد فصول)} = N = 40$$

$$\text{نرخ بهره هر فصل} = r = 3 \text{ درصد} = 12/4$$

$$F = p(1+r)^N = 5000(1+0.03)^{40} = 16310/19 \text{ روپیه}$$

روش دوم

$$\text{تعداد دوره‌ها در هر سال} \quad C = 4$$

$$\text{نرخ بهره مؤثر} \quad R = (1+i/C)^C - 1$$

$$= (1+12\%/4)^4 - 1 = 12/55\%$$

$$F = P(1+R)^n = 5000(1+0.1255)^{10} = 16308/91 \text{ روپیه}$$

۳-۴- مبنا برای مقایسه گزینه‌های مختلف

در بیشتر محیط‌های سرمایه‌گذاری، مدیران اجرایی بر انتخاب بهترین گزینه از مجموعه گزینه‌های رقیب تأکید دارند. فرض کنید که یک سازمان مجموع پول زیادی برای سرمایه‌گذاری بالقوه دارد و به نوع پروژه که هزینه اولیه و درآمد سالانه‌اش در طول عمرش مشخص است وجود دارد. مدیران اجرایی بایستی بهتر گزینه در بین این سه پروژه رقیب را انتخاب کنند. چندین مبنا برای مقایسه ارزشمندی پروژه‌ها وجود دارد. این مبناها به صورت زیر می‌باشد.

۱. روش ارزش حال

۲. روش ارزش آتی

۳. روش معادل سالانه

۴. روش نرخ بازده

این روش‌ها بصورت جزئی در فصول ۴-۷ بررسی می‌شود.

پرسش‌ها

۱. ارزش زمانی پول را تعریف کنید.

۲. کاربرد عملی روابط نرخ بهره مختلف را انجام دهید.

۳. فردی مجموع ۱۰۰۰۰۰ روپیه را در بانک برای آموزش پسرش که برای دوره پیشرفته در ۶ سال بعد پذیرفته شده است سپرده‌گذاری می‌کند. بانک بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را پرداخت می‌کند. مقدار آتی پول سپرده‌گذاری شده در زمان پذیرش پسرش در دوره پیشرفته چقدر خواهد بود.

۴. فردی مجموع ۲۰۰۰۰۰ روپیه برای ازدواج دخترش که ۱۵ سال بعد اتفاق خواهد افتاد نیاز دارد. مقدار پولی که بایستی اکنون در بانک با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد سپرده‌گذاری کند، چقدر است.

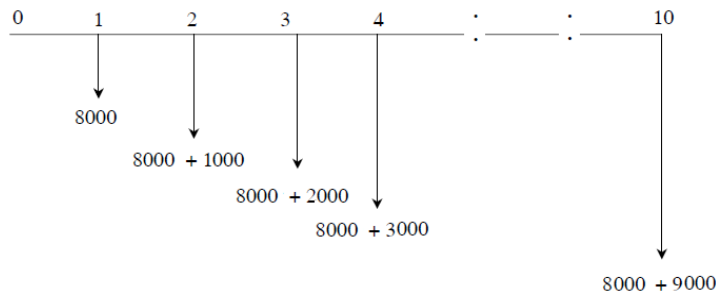
۵. فردی که تنها ۳۰ سال دارد برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. وی مقدار مجموع ۱۰۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال به مدت ۳۰ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد باشد، ارزش سررسید حسابش وقتی وی ۶۰ سالش است، چقدر خواهد بود.

۶. شرکتی در حال برنامه‌ریزی برای گسترش تجارتش پس از ۵ سال می‌باشد. مقدار مورد نیاز انتظاری پولش برای برنامه توسعه ۵۰۰۰۰۰۰۰ روپیه می‌باشد. شرکت می‌تواند

- ۵۰۰۰۰۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال به مدت ۵ سال سرمایه‌گذاری کند. اگر نرخ بازده سرمایه‌گذاری مطمئن ۱۸ درصد برای شرکت باشد، بررسی کنید که آیا مجموع تجمعی حسابش کافی برای انجام برنامه توسعه است یا خیر. اگر نه، اختلاف مقداری برای اینکه شرکت مقدمات دیگری را فراهم کند، را بیابید.
۷. یک مؤسسه مالی یک برنامه برای پرداخت ۱۵۰۰۰۰۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد را معرفی می‌کند. مقدار معادل سالانه سرمایه‌گذاری که فرد بایستی در انتهای هر سال به مدت ۱۰ سال برای دریافت ۱۵۰۰۰۰۰۰ پس از ۱۰ سال از مؤسسه، چقدر است.
۸. یک شرکت در حال برای توسعه تجارتش پس از ۵ سال برنامه‌ریزی می‌کند. پول مورد نیاز برای برنامه توسعه ۴۰۰۰۰۰۰۰ روپیه می‌باشد. مقدار معادل سالانه که بایستی شرکت در انتهای هر سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ برای بدست آوردن این مقدار سپرده‌گذاری کند چه میزان است؟
۹. شرکتی می‌خواهد ذخیره را ساماندهی کند که به آن کمک می‌کند مقدار معادل ۱۵۰۰۰۰۰۰ روپیه برای ۲۰ سال آینده داشته باشد. این ذخیره فرض می‌شود با نرخ ۱۵ درصد سالانه رشد می‌کند. پرداخت تکی‌ای که بایستی بصورت مقدار ذخیره اکنون باشد را بیابید.
۱۰. یک شرکت خودروسازی اخیراً خودروهایش را برای پرداخت نقدی ۱۵۰۰۰۰۰ روپیه تبلیغ می‌کند. خودرو می‌تواند توسط مصرف‌کنندگان بدون هیچ پرداختی دریافت شود اما بایستی مقدار سالانه ۲۵۰۰۰ روپیه به مدت ۱۵ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد پرداخت کنند. بهترین گزینه را برای مصرف‌کنندگان پیشنهاد کنید.
۱۱. شرکتی وامی به مبلغ ۲۰۰۰۰۰۰۰ برای نوین‌سازی بخش دیگ بخار اخذ نموده است. وام بایستی در ۲۰ قسط با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۲ درصد بازپرداخت شود. مقدار اقساطی که بایستی در طی ۲۰ سال پرداخت شود را بدست آورید.
۱۲. بانکی وامی به شرکتی که می‌خواهد تجهیزاتی به ارزش ۵۰۰۰۰۰۰ روپیه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد خریداری کند، پرداخت می‌کند. این مقدار می‌بایست در ۲۵ قسط سالانه بازپرداخت شود. مقدار اقساطی که شرکتی می‌بایست به بانک پرداخت کند را بیابید.

۱۳. یک زن شاغل می‌خواهد برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی کند. خدمت وی ۲۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه است که ۵۰۰۰ روپیه می‌شود را در انتهای سال اول و مقدار ۱۰۰۰ روپیه افزایش سالانه را برای ۱۴ سال بعدش با نرخ بهره ۱۸ درصد سپرده‌گذاری کند. مقدار کل را در انتهای سال پانزدهم سری بالا را بدست آورید.

۱۴. به نمودار جریان نقدی زیر توجه کنید. مقدار کل در انتهای سال دهم با نرخ بهره مرکب سالانه چقدر می‌باشد.



۱۵. فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی ۱۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه‌اش که ۱۰۰۰۰ روپیه است را در انتهای سال اول سرمایه‌گذاری کند. همچنین مقدار افزایش سالانه ۲۰۰۰ روپیه برای ۹ سال آینده را با نرخ بهره ۲۰ درصد خواهد داشت. مقدار کل را در انتهای سال دهم سری بالا را بدست آورید.

۱۶. فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی ۱۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه‌اش که ۳۰۰۰۰ روپیه است را در انتهای سال اول سرمایه‌گذاری کند. همچنین مقدار افزایش سالانه ۲۰۰۰ روپیه برای ۹ سال آینده را با نرخ بهره ۲۰ درصد خواهد داشت. مقدار کل را در انتهای سال دهم سری بالا را بدست آورید.

۱۷. فردی مجموع ۵۰۰۰۰ روپیه در بانک با نرخ بهره مؤثر ۱۸ درصد برای ۱۵ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر مرکب‌سازی بصورت ماهانه باشد، مقدار سررسید سپرده پس از ۱۵ سال را بیابید.

فصل ۴ روش ارزش حال

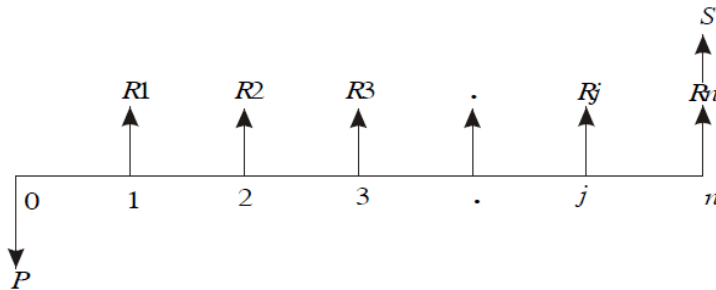
۴-۱- مقدمه

در این روش مقایسه، جریان نقدی هر گزینه به زمان صفر با نرخ بهره i کاهش می‌یابد. سپس، بسته به نوع تصمیم، بهترین گزینه با مقایسه مقدار ارزش حال گزینه‌های مختلف بدست می‌آید. علامت مقادیر مختلف در نقاط مختلف زمانی در نمودار جریان نقدی برای تصمیم‌گیری بر اساس نوع مسئله تصمیم‌گیری خواهد بود.

در نمودار جریان نقدی غالب هزینه، هزینه‌ها (خروجی‌ها) با علامت مثبت و سود، درآمد و ارزش اسقاطی (تمامی ورودی‌ها) و غیره با علامت منفی نشان داده می‌شوند. در نمودار جریان نقدی غالب درآمد یا سود، سود، درآمد و ارزش اسقاطی (تمامی ورودی‌ها به سازمان) با علامت مثبت و هزینه‌ها (خروجی‌ها) با علامت منفی نشان داده می‌شوند. در حالت تصمیم‌گیری برای انتخاب گزینه‌ای با حداقل هزینه، گزینه‌ای با حداقل مقدار ارزش حال انتخاب می‌شود. از طرف دیگر، اگر تصمیم انتخاب گزینه‌ای با حداکثر سود باشد، گزینه‌ای با حداکثر ارزش حال انتخاب می‌شود.

۴-۲- نمودار جریان نقدی غالب درآمد

نمودار جریان نقدی غالب درآمد برای نشان دادن روش ارزش حال مقایسه در شکل (۴-۱) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱). نمودار جریان نقدی غالب درآمد

در شکل (۴-۱)، P سرمایه‌گذاری اولیه، R_j درآمد خالص در انتهای سال j ام است. نرخ بهره مرکب سالانه i می‌باشد. S ارزش اسقاطی در انتهای سال n ام می‌باشد.

برای یافتن ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا برای نرخ بهره داده شده، رابطه زیر وجود دارد.

$$PW(i) = -P + R_1 \left[\frac{1}{(1+i)^1} \right] + R_2 \left[\frac{1}{(1+i)^2} \right] + \dots$$

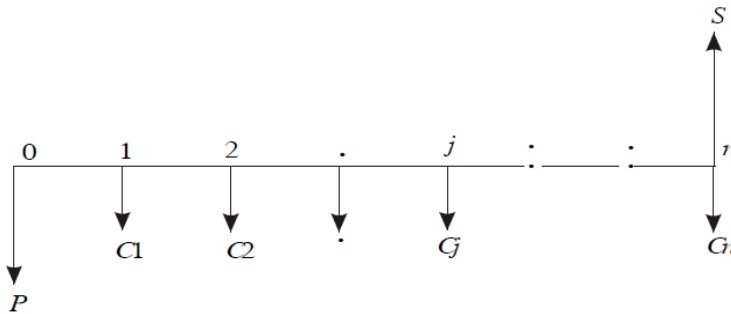
$$+ R_j \left[\frac{1}{(1+i)^j} \right] + R_n \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] + S \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

در این رابطه، مخارج علامت منفی و درآمدها علامت مثبت دارند.

اگر گزینه‌های بیشتری داشته باشیم که بتوانند با این گزینه مقایسه شوند، مقدار ارزش حال مربوطه محاسبه و مقایسه می‌شود. در نهایت، گزینه‌هایی با مقدار ارزش حال حداکثر بایستی به عنوان بهترین گزینه انتخاب شوند.

۳-۴- نمودار جریان نقدی غالب هزینه

نمودار جریان نقدی غالب هزینه تعمیم‌یافته برای نشان دادن روش ارزش حال مقایسه در شکل (۲-۴) نشان داده شده است.



شکل (۲-۴). نمودار جریان نقدی غالب هزینه

در شکل (۲-۴)، P سرمایه‌گذاری اولیه، C_j هزینه خالص عملیات و نگهداری در انتهای سال j ام است. نرخ بهره مرکب سالانه i می‌باشد. S ارزش اسقاطی در انتهای سال n ام می‌باشد. برای یافتن ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا با نرخ بهره داده شده، رابطه زیر وجود دارد.

$$PW(i) = P + C_1 \left[\frac{1}{(1+i)^1} \right] + C_2 \left[\frac{1}{(1+i)^2} \right] + \dots$$

$$+ C_j \left[\frac{1}{(1+i)^j} \right] + C_n \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right] - S \left[\frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

در این رابطه، مخارج علامت مثبت و درآمدها علامت منفی دارند. اگر گزینه‌های بیشتری داشته باشیم که بتوانند با این گزینه مقایسه شوند، مقدار ارزش حال مربوطه محاسبه و مقایسه می‌شود. در نهایت، گزینه‌هایی با مقدار ارزش حال حداقل بایستی به عنوان بهترین گزینه انتخاب شوند.

۴-۴- مثال‌ها

در این بخش مفهوم روش ارزش حال مقایسه کاربردی برای انتخاب بهترین گزینه، در چندین شکل نشان داده می‌شود.

مثال ۴-۱- صنعت آلفا برنامه‌ریزی برای توسعه فعالیت تولیدی‌اش می‌کند. سه نوع فناوری را برای حصول هدف تعریف کرده است. اولین درآمد و هزینه سالانه نسبت به هر فناوری در جدول (۴-۱) نشان داده شده است. بهترین فناوری که بر اساس روش ارزش حال مقایسه با نرخ بهره مرکب سالانه ۲۰ درصد را پیشنهاد کنید.

جدول (۴-۱).

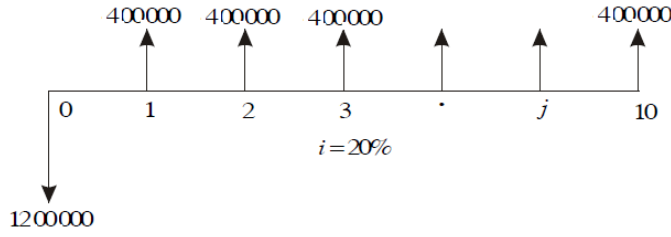
عمر (سال)	درآمد سالانه (روپیه)	مخارج اولیه (روپیه)	
۱۰	۴۰۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰۰	فناوری ۱
۱۰	۶۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	فناوری ۲
۱۰	۵۰۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰۰	فناوری ۳

حل در تمامی این فناوری‌ها، مخارج اولیه علامت منفی و درآمد سالانه علامت مثبت دارند.

فناوری ۱

$$\begin{aligned}
 P \text{ مخارج اولیه,} &= 1200000 \text{ روپیه} \\
 A \text{ درآمد سالانه,} &= 400000 \text{ روپیه} \\
 i \text{ نرخ بهره,} &= 20 \text{ درصد} \\
 n \text{ طول عمر این فناوری,} &= 10 \text{ سال}
 \end{aligned}$$

نمودار جریان نقدی این فناوری بصورت شکل (۴-۳) می‌باشد:



شکل (۳-۴) نمودار جریان نقدی فناوری ۱

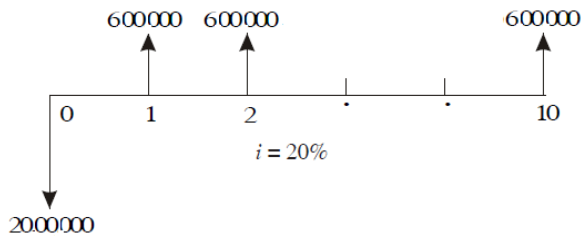
عبارت ارزش حال این فناوری بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
 PW(.20)_1 &= -1200000 + 400000 \times (P/A/.20, 10) \\
 &= -1200000 + 400000 \times (4/1925) \\
 &= -1200000 + 1677000 \\
 &= 477000 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

فناوری ۲

- P مخارج اولیه، = ۲۰۰۰۰۰ روپیه
- A درآمد سالانه، = ۶۰۰۰۰۰ روپیه
- i نرخ بهره، = ۲۰ درصد
- n طول عمر این فناوری، = ۱۰ سال

نمودار جریان نقدی این فناوری بصورت شکل (۴-۴) می باشد:



شکل (۴-۴). نمودار جریان نقدی فناوری ۲

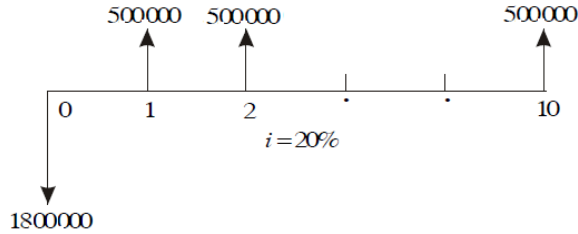
عبارت ارزش حال این فناوری بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
 PW(.20)_2 &= -2000000 + 600000 \times (P/A/.20, 10) \\
 &= -2000000 + 600000 \times (4/1925) \\
 &= -2000000 + 2515500 \\
 &= 515500 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

فناوری ۳

- مخارج اولیه، P = ۱۸۰۰۰۰۰ روپيه
- درآمد سالانه، A = ۵۰۰۰۰۰ روپيه
- نرخ بهره، i = ۲۰ درصد
- طول عمر اين فناوري، n = ۱۰ سال

نمودار جريان نقدي اين فناوري بصورت شكل (۴-۵) مي باشد:



شكل (۴-۵). نمودار جريان نقدي فناوري ۳

عبارت ارزش حال اين فناوري بصورت زير مي باشد.

$$\begin{aligned}
 PW(i=20\%) &= -1800000 + 500000 \times (P/A/20, 10) \\
 &= -1800000 + 500000 \times (4/1925) \\
 &= -1800000 + 2096250 \\
 &= 296250 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

بر اساس محاسبات بالا، واضح است که ارزش حال فناوري ۲ بالاتر از ساير فناوري ها است. بنابراین فناوري ۲ برای توسعه توليد پيشنهاده مي شود.

مثال ۴-۲- يك مهندس ۲ پيشنهاده برای اجراي يك آسانسور در ساختمان جديد دارد. جزئيات پيشنهادهها برای آسانسور بصورت زير است.

برآورد مهندس			پيشنهاده
هزينه اوليه (روپيه)	طول عمر (سال)	هزينه عمليات و نگهداري سالانه (روپيه)	
۴۵۰۰۰۰	۱۵	۲۷،۰۰۰	شرکت آسانسور آلفا
۵۴۰،۰۰۰	۱۵	۲۸،۵۰۰	شرکت آسانسور بتا

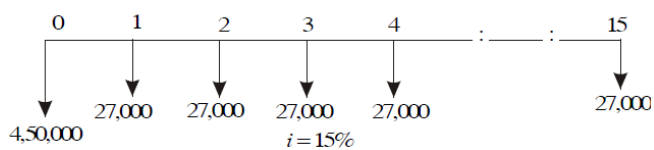
تعیین کنید که چه پیشنهادی بر اساس روش ارزش حال مقایسه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد، بایستی پذیرفته شود.

حل

پیشنهاد ۱: شرکت آسانسور آلفا

- هزینه اولیه، P = ۴۵۰۰۰۰۰ روپیه
- هزینه عملیات و نگهداری سالانه، A = ۲۷۰۰۰ روپیه
- عمر = ۱۵ سال
- نرخ بهره مرکب سالانه، i = ۱۵ درصد

نمودار جریان نقدی پیشنهاد ۱ در شکل (۴-۶) نشان داده شده است.



شکل (۴-۶) نمودار جریان نقدی پیشنهاد ۱

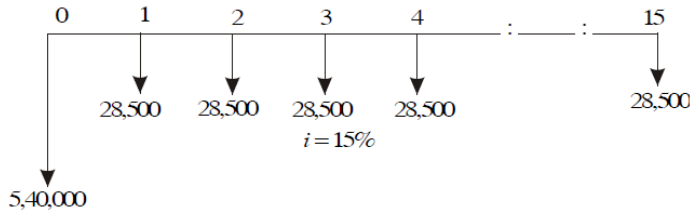
ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW_{(i=15\%)} &= 4500000 + 27000 \times (P/A; i=15, 15) \\
 &= 4500000 + 27000 \times (5/8474) \\
 &= 4500000 + 157879/80 \\
 &= 607879/80 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

پیشنهاد ۲: شرکت آسانسور بتا

- هزینه اولیه، P = ۵۴۰۰۰۰۰ روپیه
- هزینه عملیات و نگهداری سالانه، A = ۲۸۵۰۰ روپیه
- عمر = ۱۵ سال
- نرخ بهره مرکب سالانه، i = ۱۵ درصد

نمودار جریان نقدی پیشنهاد ۲ در شکل (۴-۷) نشان داده شده است.



شکل (۴-۷) نمودار جریان نقدی پیشنهاد ۲

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW(i=15\%) &= 540000 + 28500 \times (P/A; i=15, 15) \\
 &= 540000 + 28500 \times (5/8474) \\
 &= 540000 + 166650/90 \\
 &= 706650/90 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

ارزش حال هزینه پیشنهاد ۱ کمتر از پیشنهاد ۲ است. از اینرو، پیشنهاد ۱ برای اجزا انتخاب می‌شود. یعنی آسانسور شرکت آسانسور آلفا برای نصب در ساختمان جدید، خریداری می‌شود.

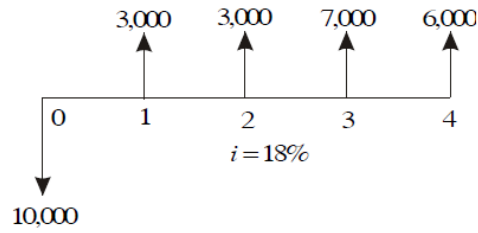
مثال ۴-۳- پیشنهادیه سرمایه‌گذاری A و B جریان نقدی خالصی بصورت زیر دارد.

انتهای سال					پیشنهادیه
۴	۳	۲	۱	۰	
۶۰۰۰	۷۰۰۰	۳۰۰۰	۳۰۰۰	-۱۰۰۰۰	
۳۰۰۰	۳۰۰۰	۶۰۰۰	۶۰۰۰	-۱۰۰۰۰	

ارزش حال A را با B در نرخ بهره ۱۸ درصد مقایسه کنید. کدام پیشنهادیه پذیرفته می‌شود.

حل

«ارزش حال A در نرخ بهره ۱۸ درصد». نمودار جریان نقدی پیشنهادیه زیر در شکل (۴-۸) نشان داده شده است.

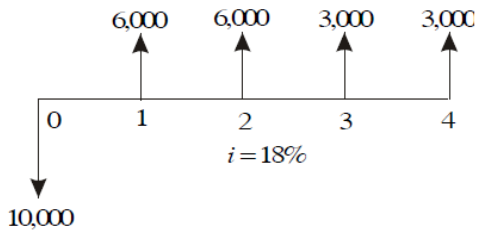


شکل (۸-۴). نمودار جریان نقدی برای پیشنهادیه A

ارزش حال نمودار جریان نقدی برای پیشنهادیه بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW_A(i=18) &= -10,000 + 3,000(P/F, i=18, 1) + 3,000(P/F, i=18, 2) \\
 &+ 7,000(P/F, i=18, 3) + 6,000(P/F, i=18, 4) \\
 &= -10,000 + 3,000(0.8475) + 3,000(0.7182) \\
 &+ 7,000(0.6086) + 6,000(0.5158) \\
 &= 2,052/10 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

«ارزش حال B در نرخ بهره ۱۸ درصد». نمودار جریان نقدی پیشنهادیه زیر در شکل (۹-۴) نشان داده شده است.



شکل (۹-۴). نمودار جریان نقدی برای پیشنهادیه B

ارزش حال نمودار جریان نقدی برای پیشنهادیه بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW_B(i=18) &= -10,000 + 6,000(P/F, i=18, 1) + 6,000(P/F, i=18, 2) \\
 &+ 3,000(P/F, i=18, 3) + 3,000(P/F, i=18, 4) \\
 &= -10,000 + 6,000(0.8475) + 6,000(0.7182) \\
 &+ 3,000(0.6086) + 3,000(0.5158) \\
 &= 2,767/40 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

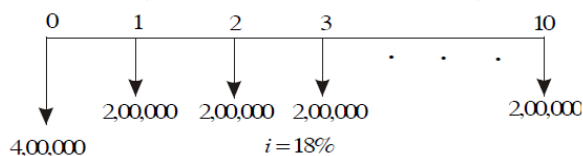
در نرخ بهره ۱۸ درصد، ارزش حال پیشنهادیه B بیشتر از پیشنهادیه A است. بنابراین پیشنهادیه B انتخاب می‌شود.

مثال ۴-۴- یک شرکت تولیدکننده گرانیات برنامه‌ریزی برای خرید ماشین برش تمام خودکار گرانیات می‌کند. اگر در شرایط پرداختی زیر خرید نماید، هزینه ماشین ۱۶۰۰۰۰۰ روپیه خواهد بود. اگر در شرایط اقساطی بخرد، شرکت بایستی ۲۵ درصد هزینه را در زمان خرید و باقیمانده را با اقساط مساوری ۲۰۰۰۰۰ روپیه‌ای به مدت ۱۰ سال پرداخت کند. بهترین گزینه برای شرکت با استفاده از مبنای ارزش حال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد را پیشنهاد کنید.

حل دو گزینه موجود برای شرکت بصورت زیر می‌باشد.

- ۱- پرداخت یکجای ۱۶۰۰۰۰۰ روپیه
- ۲- پرداخت یکجای ۴۰۰۰۰۰ روپیه در ابتدا و ۱۰ قسط سالانه ۲۰۰۰۰۰ روپیه‌ای

«محاسبه ارزش حال گزینه دوم». نمودار جریان نقدی گزینه دوم بصورت شکل (۴-۱۰) می‌باشد.



شکل (۴-۱۰). نمودار جریان نقدی گزینه دوم

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود

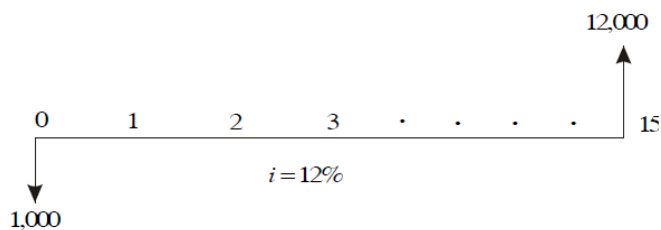
$$\begin{aligned}
 PW(i=18\%)_T &= 400000 + 200000 \times (P/A; i=18, 10) \\
 &= 400000 + 200000 \times (4/4941) \\
 &= 1298820 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

ارزش حال این گزینه ۱۲۹۸۸۲۰ روپیه است که کمتر از گزینه اول یعنی پرداخت یکجای ۱۶۰۰۰۰۰ روپیه می‌باشد. از اینرو، شرکت بایستی گزینه دوم را برای خرید ماشین برش تمام خودکار گرانیات انتخاب نماید.

مثال ۴-۵- یک شرکت سرمایه‌گذاری ۲ برنامه سرمایه‌گذاری را تبلیغ می‌کند. در برنامه ۱، شرکت ۱۲۰۰۰ روپیه را پس از ۱۵ سال برای هر ۱۰۰۰ روپیه سرمایه‌گذاری فعلی را پرداخت می‌کند. در برنامه ۲، برای هر ۱۰۰۰ روپیه سرمایه‌گذاری شده، شرکت ۴۰۰۰ روپیه در انتهای سال دهم و ۴۰۰۰ روپیه در انتهای سال پانزدهم پرداخت می‌کند. بهترین برنامه سرمایه‌گذاری از دیدگاه سرمایه‌گذار با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۲ درصد را انتخاب کنید.

حل

برنامه ۱. نمودار جریان نقدی برای برنامه ۱ بصورت شکل (۴-۱۱) نشان داده شده است.

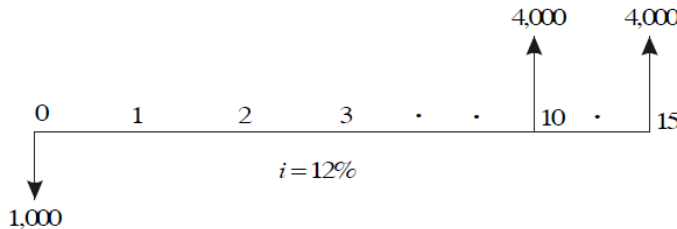


شکل (۴-۱۱). نمودار جریان نقدی برای برنامه ۱

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW(i=12\%)_1 &= -1000 + 12000 \times (P/F, i=12, 15) \\
 &= -1000 + 12000 \times (0.1827) \\
 &= 1192/40 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

برنامه ۲. نمودار جریان نقدی برای برنامه ۱ بصورت شکل (۴-۱۲) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۲). نمودار جریان نقدی برای برنامه ۲

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW(i=12\%)_2 &= -1000 + 4000(P/F, i=12, 10) + 4000(P/F, i=12, 15) \\
 &= -1000 + 4000(0.3220) + 4000(0.1827)
 \end{aligned}$$

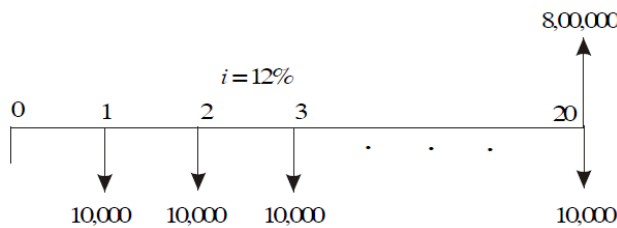
$$= 1018/80 \quad \text{روپيه}$$

ارزش حال برنامه ۱ بیشتر از برنامه ۲ است. بنابراین، برنامه ۱ برنامه بهتری از دیدگاه سرمایه‌گذار می‌باشد.

مثال ۴-۶- شرکت سرمایه‌گذاری نوین مبلغ ۱۰۰۰۰ روپيه را در انتهای هر سال به مدت ۲۰ پذیرفته است و مبلغ ۸۰۰۰۰۰ روپيه در انتهای سال ۲۰ ام به سرمایه‌گذار پرداخت کرده است. شرکت سرمایه‌گذاری مبدع مبلغ ۱۰۰۰۰ روپيه را در انتهای هر سال به مدت ۲۰ پذیرفته است و مبلغ ۱۵۰۰۰۰۰ روپيه در انتهای سال ۲۵ ام به سرمایه‌گذار پرداخت کرده است. بر اساس روش ارزش حال با نرخ ۱۲ درصد کدام گزینه سرمایه‌گذاری بهتر است؟

حل

«برنامه شرکت سرمایه‌گذاری نوین». نمودار جریان نقدی برنامه شرکت سرمایه‌گذاری نوین در شکل (۴-۱۳) نشان داده شده است.

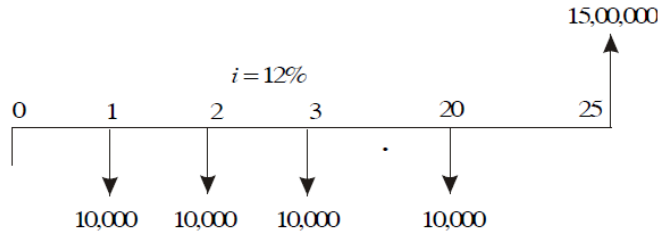


شکل (۴-۱۳). نمودار جریان نقدی شرکت سرمایه‌گذاری نوین

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned} PW(.12)_T &= -10000(P/A, .12, 20) + 800000(P/F, .12, 20) \\ &= -10000(7/4694) + 800000(0/1037) \\ &= 8266 \quad \text{روپيه} \end{aligned}$$

«برنامه شرکت سرمایه‌گذاری مبدع». نمودار جریان نقدی برنامه شرکت سرمایه‌گذاری مبدع در شکل (۴-۱۴) نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۴). نمودار جریان نقدی شرکت سرمایه‌گذاری مبدع

ارزش حال نمودار جریان نقدی بالا بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned}
 PW(i=12\%) &= -10,000(P/A, i=12\%, 20) + 15,000,000(P/F, i=12\%, 25) \\
 &= -10,000(7/4694) + 15,000,000(0/0588) \\
 &= 13506 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

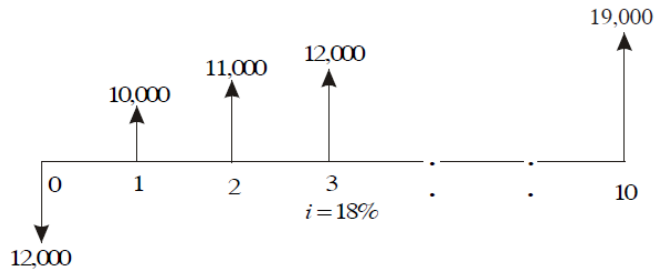
ارزش حال برنامه سرمایه‌گذاری شرکت مبدع بیشتر از برنامه سرمایه‌گذاری شرکت نوین است. بنابراین برنامه شرکت سرمایه‌گذاری مبدع از دیدگاه سرمایه‌گذار بهتر می‌باشد.

مثال ۴-۷- یک بازرگانی کوچک با مبلغ اولیه ۱۲۰۰۰ روپیه و درآمد ۱۰۰۰ روپیه در طول سال اول و افزایش درآمد سالانه ۱۰۰۰ روپیه از سال دوم تا دهم فعالیت می‌کند. در پایان عمر این بازرگانی، ارزش اسقاطی صفر است. ارزش حال بازرگانی با فرض نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد بدست آورید.

حل

- روپیه ۱۲۰۰۰ = سرمایه‌گذاری اولیه، P
- روپیه ۱۰۰۰۰ = درآمد در طول سال اول، A
- روپیه ۱۰۰۰ = افزایش سالانه درآمد، G
- درصد ۱۸ = نرخ بهره، i
- سال ۱۰ = طول عمر، n

نمودار جریان نقدی این بازرگانی کوچک بصورت شکل (۴-۱۵) می‌باشد:



شکل (۴-۱۵). نمودار جریان نقدی برای بازرگانی کوچک

معادله ارزش حال بصورت زیر است.

$$\begin{aligned}
 PW(i=18) &= -12000 + (10000 + 10000 \times (A/G, i=18, 10)) \times (P/A, i=18, 10) \\
 &= -12000 + (10000 + 10000 \times 1.936) \times 0.4941 \\
 &= -12000 + 59293/36 \\
 &= 47293/36 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

ارزش حال بازرگانی کوچک برابر ۴۷۲۹۳/۳۶ روپيه است.

پرسش‌ها

۱. پروژه‌ای شامل سرمایه اولیه ۳۰۰۰۰۰۰ روپيه‌ای و مبدلات ۵ سال بعد از آن در جدول زیر می‌شود. ارزش اسقاطی در انتهای عمر ۵ ساله پروژه ۲۰۰۰۰۰ روپيه می‌باشد. نمودار جریان نقدی پروژه را رسم نمایید و ارزش حال آن را با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بدست آورید.

درآمد (روپيه)	مخارج عملیات و نگهداری (روپيه)	انتهای سال
۹۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۱
۱۰۰۰۰۰۰	۲۵۰۰۰۰	۲
۱۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۳
۱۳۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰	۴
۱۲۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵

۲. ارزش حال سری جریان نقدی زیر را با فرض نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بیابید

انتهای سال	۰	۱	۲	۳	۴	۵
جریان نقدی (روپیه)	-۱۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰	۳۰۰۰۰

۳. به سری جریان نقدی برای ۲۰ سال توجه کنید. اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد باشد، ارزش حال سری را بدست آورید و پیشنهادات خود را ارائه دهید.

انتهای سال	جریان نقدی (روپیه)
۰	-۵۰۰۰۰۰۰
۱	۶۰۰۰۰۰
۲	۶۰۰۰۰۰
⋮	⋮
۲۰	۶۰۰۰۰۰

۴. هزینه نصب یک چاه نفت ۱۵۰۰۰۰۰ روپیه است. عملکرد معادل سالانه چاه نفت ۳۰۰۰۰۰۰ روپیه است. ارزش اسقاطی پس از ۱۰ سال عمر مفید ۲۰۰۰۰۰۰ روپیه می باشد. فرض کنید نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد باشد، بیابید که آیا نصب چاه نفت از نظر مالی بر اساس روش ارزش حال امکان پذیر است.

۵. جزئیات گزاررش امکان اجرای یک پروژه در زیر نشان داده شده است. بررسی کنید امکان اجرای پروژه بر اساس روش ارزش حال با نرخ بهره ۲۰ درصد امکان پذیر است.
مخارج اولیه = ۵۰۰۰۰۰۰ روپیه

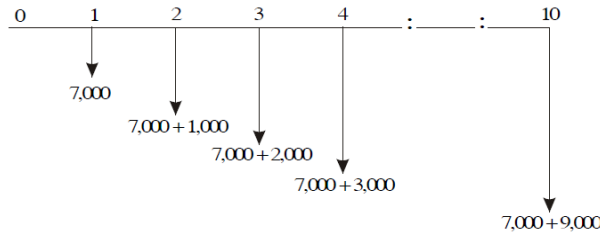
عمر پروژه = ۱۵ سال

درآمد معادل سالانه = ۱۵۰۰۰۰۰ روپیه

هزینه نوین سازی در انتهای سال دهم = ۲۰۰۰۰۰۰ روپیه

ارزش اسقاطی در انتهای عمر پروژه = ۵۰۰۰۰۰۰ روپیه

۶. به نمودار زیر توجه کنید. ارزش حال را با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بدست آورید.



۷. یک شرکت خودروسازی اخیراً خودرو خود را با پرداخت ۱۵۰۰۰۰ روپیه تبلیغ می‌کند. به روشی دیگر، خودرو می‌تواند بدون هیچ پرداختی در اختیار مصرف‌کنندگان قرار گیرد اما آنها بایستی سالانه مقدار ۲۵۰۰۰ روپیه به مدت ۱۵ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد پرداخت کنند. حال کدام گزینه بر اساس روش ارزش حال مقایسه مناسب‌تر است.
۸. جریان نقدی پیشنهادیه دو پروژه در زیر داده شده است. انتظار می‌رود هر کدام از این پروژه‌ها ۱۰ سال عمر داشته باشند. بهترین پروژه را بر اساس روش ارزش حال مقایسه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد انتخاب کنید.

هزینه اولیه (روپیه)	درآمد معادل سالانه (روپیه)	ارزش اسقاطی پس از ۱۰ سال (روپیه)
۱ پروژه -۷۵۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰
۲ پروژه -۹۵۰۰۰۰	۲۲۵۰۰۰	۱۰۰۰۰۰

۹. شرکتی دو گزینه برای تأمین نیاز سفر روزانه نیروی کارش برای ۵ سال دارد:
- گزینه ۱: اجاره وسیله نقلیه با هزینه ۱۰۰۰۰۰ روپیه در سال
- گزینه ۲: خرید وسیله نقلیه با ۵۰۰۰۰۰ روپیه و هزینه نگهداری و عملیات سالانه ۳۵۰۰۰۰ روپیه. ارزش اسقاطی وسیله نقلیه پس از ۵ سال ۱۰۰۰۰۰ روپیه خواهد بود.
- بهترین گزینه را بر اساس روش ارزش حال مقایسه با استفاده از نرخ بهره مرکب ۲۰ درصد بدست آورید.
۱۰. نیروی کار زنی برای دوران دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. دوران خدمت وی ۲۰ سال خواهد بود. او دوست دارد مقدار معادل سالانه ۳۰۰۰۰۰ روپیه در انتهای سال اول پس‌انداز کند. مقدار تکی‌ای که بایستی اکنون پس‌انداز کند تا مقدار معادل سالانه اشاره شده در بالا در انتهای هر سال به مدت ۲۰ سال را دریافت کند را بیابید. نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد می‌باشد.

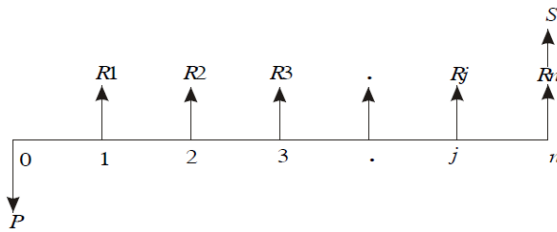
فصل ۵ روش ارزش آتی

۵-۱- مقدمه

در روش ارزش آتی مقایسه گزینه‌های مختلف، ارزش آتی گزینه‌های مختلف محاسبه می‌شود. بنابراین، گزینه‌هایی با حداکثر ارزش آتی درآمد خالص یا گزینه‌هایی با حداقل ارزش آتی هزینه خالص به عنوان بهترین گزینه برای استفاده، انتخاب می‌شوند.

۵-۲- نمودار جریان نقدی غالب درآمد

نمودار جریان نقدی غالب درآمد تعمیم یافته برای نشان دادن روش ارزش آتی مقایسه در شکل (۵-۱) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱). نمودار جریان نقدی غالب درآمد

در شکل (۵-۱)، P سرمایه‌گذاری اولیه، R_j درآمد خالص در انتهای سال j ام است. نرخ بهره مرکب سالانه i می‌باشد. S ارزش اسقاطی در انتهای سال n ام می‌باشد. برای یافتن ارزش آتی نمودار جریان نقدی بالا با نرخ بهره داده شده i ، رابطه زیر وجود دارد.

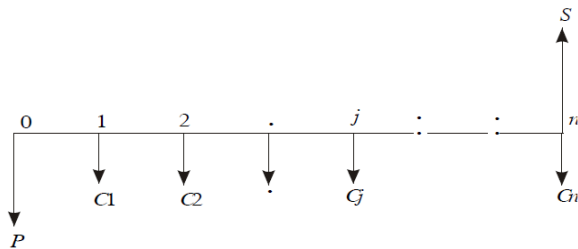
$$FW(i) = -P(1+i)^n + R_1(1+i)^{n-1} + R_2(1+i)^{n-2} + \dots + R_j(1+i)^{n-j} + \dots + R_n + S$$

در این رابطه، مخارج علامت منفی و درآمدها علامت مثبت دارند.

اگر گزینه‌های بیشتری داشته باشیم که بتوانند با این گزینه مقایسه شوند، مقدار ارزش آتی مربوطه محاسبه و مقایسه می‌شود. در نهایت، گزینه‌هایی با مقدار ارزش آتی حداکثر بایستی به عنوان بهترین گزینه انتخاب شوند.

۳-۵- نمودار جریان نقدی غالب هزینه

نمودار جریان نقدی غالب هزینه تعمیم یافته برای نشان دادن روش ارزش آتی مقایسه در شکل (۲-۵) نشان داده شده است.



شکل (۲-۵). نمودار جریان نقدی غالب هزینه

در شکل (۲-۵)، P سرمایه‌گذاری اولیه، C_j هزینه خالص عملیات و نگهداری در انتهای سال j ام است. نرخ بهره مرکب سالانه i می‌باشد. S ارزش اسقاطی در انتهای سال n ام می‌باشد. برای یافتن ارزش آتی نمودار جریان نقدی بالا با نرخ بهره داده شده، رابطه زیر وجود دارد.

$$FW(i) = P(1+i)^n + C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \dots + C_j(1+i)^{n-j} + \dots + C_n - S$$

در این رابطه، مخارج علامت مثبت و درآمدها علامت منفی دارند. اگر گزینه‌های بیشتری داشته باشیم که بتوانند با این گزینه مقایسه شوند، مقدار ارزش آتی مربوطه محاسبه و مقایسه می‌شود. در نهایت، گزینه‌هایی با مقدار ارزش آتی حداقل، بایستی به عنوان بهترین گزینه انتخاب شوند.

۴-۵- مثال‌ها

در این بخش، چندین مثال از کاربرد روش ارزش آتی مقایسه ارائه شده است.

مثال ۵-۱- به دو گزینه ویژه زیر توجه کنید.

گزینه‌ها	انتهای سال			
	۰	۱	۲	۳
A (روپیه)	-۵۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰
B (روپیه)	-۴۵۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰

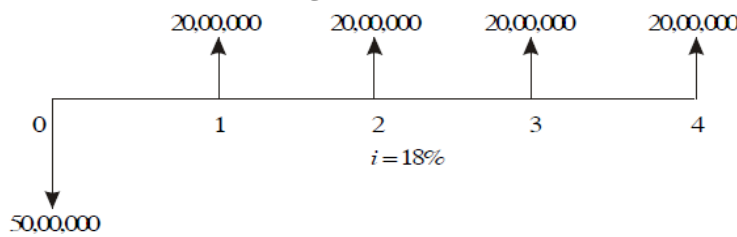
در نرخ بهره ۱۸ درصد، بهترین گزینه را بر اساس روش ارزش آتی مقایسه، بدست آورید.

حل

گزینه A

- P = ۵۰۰۰۰۰۰ روپیه مخارج اولیه،
- A = ۲۰۰۰۰۰۰ روپیه درآمد سالانه،
- i = ۱۸ درصد نرخ بهره،
- n = ۴ سال طول عمر این فناوری،

نمودار جریان نقدی این فناوری بصورت شکل (۳-۵) می باشد:



شکل (۳-۵) نمودار جریان نقدی گزینه A

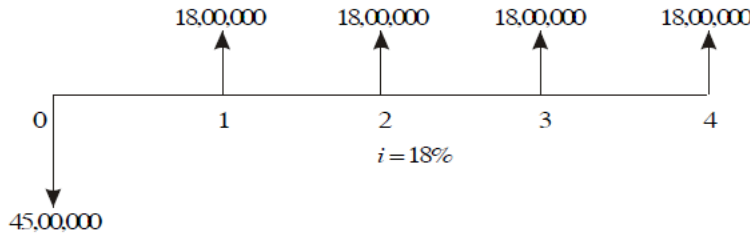
ارزش آتی گزینه A بصورت زیر محاسبه می شود.

$$\begin{aligned}
 PW_A(i=18\%) &= -50,000,000(F/P, i=18\%, 4) + 20,000,000(F/A, i=18\%, 4) \\
 &= -50,000,000(1/939) + 20,000,000(5/215) \\
 &= 735,000 \text{ روپیه}
 \end{aligned}$$

گزینه B

- P = ۴۵۰۰۰۰۰ روپیه مخارج اولیه،
- A = ۱۸۰۰۰۰۰ روپیه درآمد سالانه،
- i = ۱۸ درصد نرخ بهره،
- n = ۴ سال طول عمر این فناوری،

نمودار جریان نقدی این فناوری بصورت شکل (۴-۵) می باشد:



شکل (۵-۵). نمودار جریان نقدی گزینه B

ارزش آتی گزینه B بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 PW_{B(i=18\%)} &= -45,000,000 (F/P, \%, 18, 4) + 18,000,000 (F/A, \%, 18, 4) \\
 &= -45,000,000 (1/939) + 18,000,000 (5/215) \\
 &= 661500 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه A بالاتر از گزینه B است. بنابراین گزینه A بایستی انتخاب شود.

مثال ۵-۲- فردی مالک یک قطعه زمینی است. وی بایستی تصمیم بگیرد که کدام گزینه سرمایه‌گذاری را برای بدست آوردن بازده مطلوب می‌خواهد انجام دهد. پس از مطالعات و محاسبات زیاد، وی تصمیم می‌گیرد که دو گزینه زیر وجود خواهند داشت.

ساخت توقف‌گاه بستنی	ساخت ایستگاه گاز	
۳۶۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	هزینه اولیه (روپیه)
۱۵۰۰۰۰	۸۰۰۰۰	مالیات بر اموال سالانه (روپیه)
۹۸۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	درآمد سالانه (روپیه)
۲۰	۲۰	عمر ساختمان (سال)
.	.	ارزش اسقاطی (روپیه)

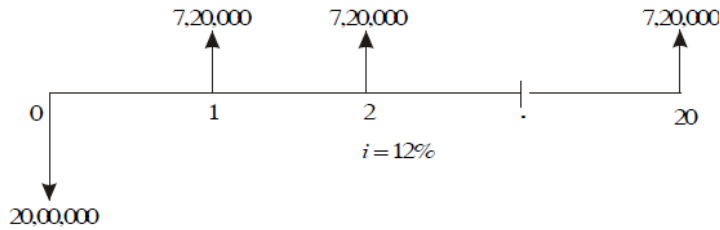
گزینه‌های مختلف را بر اساس ارزش آتی با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۲ درصد ارزیابی کنید.

گزینه ۱- «ساخت ایستگاه گاز»

$$\begin{aligned}
 \text{هزینه اولیه} &= 2,000,000 \text{ روپیه} \\
 \text{مالیات بر اموال سالانه} - \text{درآمد سالانه} &= \text{درآمد خالص سالانه}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= ۸۰۰۰۰۰ \text{ روپيه} && ۸۰۰۰۰۰ \text{ روپيه} \\
 &= ۷۲۰۰۰۰ \text{ روپيه} \\
 \text{عمر} &= ۲۰ \text{ سال} \\
 \text{نرخ بهره} &= ۱۲ \text{ درصد}
 \end{aligned}$$

نمودار جریان نقدی این گزینه در شکل (۵-۵) نشان داده شده است.



شکل (۵-۵). نمودار جریان نقدی گزینه ۱

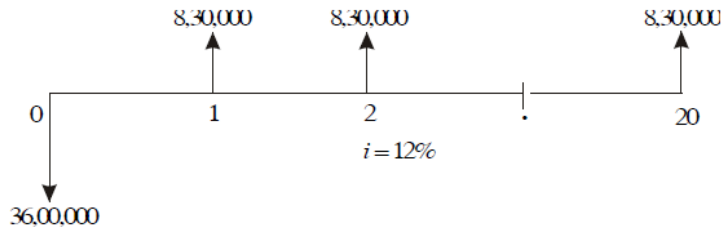
ارزش آتی گزینه ۱ بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned}
 PW_{1(i=12\%)_1} &= -۲۰۰۰۰۰۰(F/P, i=12\%, 20) + ۷۲۰۰۰۰۰(F/A, i=12\%, 20) \\
 &= -۲۰۰۰۰۰۰(۹/۶۴۶) + ۷۲۰۰۰۰۰(۷۲/۰۵۲) \\
 &= ۳۲۵۸۵۴۴۰ \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

گزینه ۲- «ساخت توقف‌گاه بستنی»

$$\begin{aligned}
 \text{هزینه اولیه} &= ۳۶۰۰۰۰ \text{ روپيه} \\
 \text{درآمد خالص سالانه} &= \text{درآمد سالانه} - \text{مالیات بر اموال سالانه} \\
 &= ۹۸۰۰۰۰ \text{ روپيه} - ۱۵۰۰۰۰ \text{ روپيه} \\
 &= ۸۳۰۰۰۰ \text{ روپيه} \\
 \text{عمر} &= ۲۰ \text{ سال} \\
 \text{نرخ بهره} &= ۱۲ \text{ درصد}
 \end{aligned}$$

نمودار جریان نقدی این گزینه در شکل (۶-۵) نشان داده شده است.

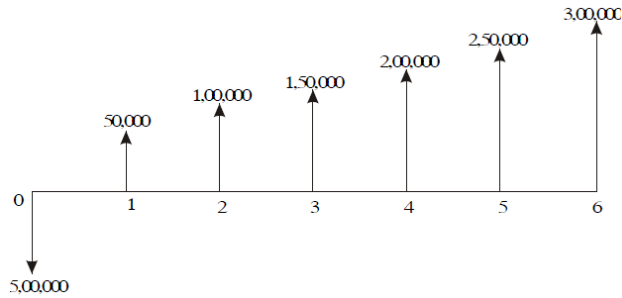


شکل (۶-۵). نمودار جریان نقدی گزینه ۲

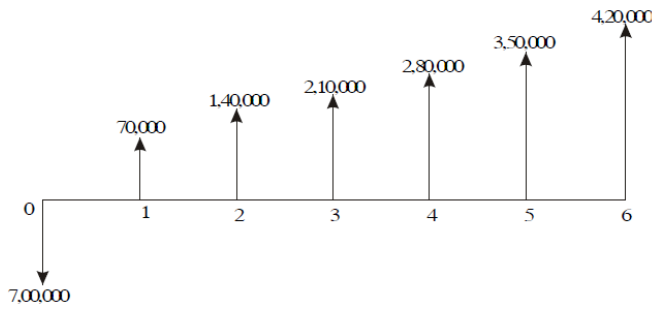
ارزش آتی گزینه ۲ بصورت زیر محاسبه می شود

$$\begin{aligned}
 PW_{\%}(i, n)_1 &= -36000000(F/P, i, n) + 8300000(F/A, i, n) \\
 &= -36000000(9/646) + 8300000(72/0.52) \\
 &= 25077560 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۱ بیشتر از گزینه ۲ است. بنابراین ساخت ایستگاه گاز، گزینه بهتری می باشد.
مثال ۵-۳- نمودار جریان نقدی دو گزینه اجرایی در شکل (۷-۵) و (۸-۵) آمده است.



شکل (۷-۵). جریان نقدی گزینه ۱



شکل (۸-۵) - جریان نقدی گزینه ۲

- (a) بهترین گزینه را با استفاده از روش ارزش آتی با نرخ ۸ درصد بدست آورید.
 (b) بخش (a) با نرخ بهره ۹ و ۲۰ درصد انجام دهید.

حل

(a) ارزیابی در نرخ بهره ۸ درصد

گزینه ۱. این گزینه نشان می‌دهد سری‌های پرداخت مساوی است.

$$\begin{aligned} P &= 500000 \text{ روپیه} \\ AI &= 50000 \text{ روپیه} \\ G &= 50000 \text{ روپیه} \\ i &= 8 \text{ درصد} \\ n &= 6 \text{ سال} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۱ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{1(8\%)} &= -P(F/P, i, n) + [A_1 + G(A/G, i, n)] \times (F/A, i, n) \\ &= -500000 (1/587) + [50000 + 50000(2/2764)] \times 7/336 \\ &= -793500 + 163820 \times 7/336 \\ &= -793500 + 1201784 \\ &= 40828352 \text{ روپیه} \end{aligned}$$

گزینه ۲. این گزینه نشان می‌دهد سری‌های پرداخت مساوی است.

$$\begin{aligned} P &= 700000 \text{ روپیه} \\ AI &= 70000 \text{ روپیه} \\ G &= 70000 \text{ روپیه} \\ i &= 8 \text{ درصد} \\ n &= 6 \text{ سال} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۲ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{2(8\%)} &= -P(F/P, i, n) + [A_1 + G(A/G, i, n)] \times (F/A, i, n) \\ &= -700000 (1/587) + [70000 + 70000(2/2764)] \times 7/336 \\ &= -1110900 + 1682497 \\ &= 57159693 \text{ روپیه} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۲ بیشتر از گزینه ۱ است. بنابراین گزینه ۲ بایستی انتخاب شود.

(b)

(i) ارزیابی در نرخ بهره ۹ درصد

گزینه ۱.

$$\begin{aligned} P &= 500000 \text{ روپيه} \\ A1 &= 50000 \text{ روپيه} \\ G &= 50000 \text{ روپيه} \\ n &= 6 \text{ سال} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۱ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{1(9)} &= -P(F/P, 9\%, 6) + [A_1 + G(A/G, 9\%, 6)] \times (F/A, 9\%, 6) \\ &= -500000 (1/677) + [50000 + 50000(2/2498)] \times 7/523 \\ &= -838500 + 1222412/27 \\ &= 383912/27 \text{ روپيه} \end{aligned}$$

گزینه ۲.

$$\begin{aligned} P &= 700000 \text{ روپيه} \\ A1 &= 70000 \text{ روپيه} \\ G &= 70000 \text{ روپيه} \\ n &= 6 \text{ سال} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۲ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{2(9)} &= -P(F/P, 9\%, 6) + [A_1 + G(A/G, 9\%, 6)] \times (F/A, 9\%, 6) \\ &= -700000 (1/677) + [70000 + 70000(2/2498)] \times 7/523 \\ &= -1173900 + 1711377/18 \\ &= 537477/18 \text{ روپيه} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۲ بیشتر از گزینه ۱ است. بنابراین گزینه ۲ بایستی انتخاب شود.

(ii) ارزیابی در نرخ بهره ۲۰ درصد

گزینه ۱.

$$\begin{aligned} P &= 500000 \text{ روپيه} \\ A1 &= 50000 \text{ روپيه} \\ G &= 50000 \text{ روپيه} \\ n &= 6 \text{ سال} \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۱ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned}
 FW_1(i, 20) &= -P(F/P, i, 20, 6) + [A_1 + G(A/G, i, 20, 6)] \times (F/A, i, 20, 6) \\
 &= -500000(2/986) + [50000 + 50000(1/9788)] \times 9/93 \\
 &= -1493000 + 1478974/20 \\
 &= -14025/80 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

علامت منفی ارزش آتی نشان دهنده ایجاد ضرر در گزینه ۱ است.

گزینه ۲. این گزینه نشان می دهد سری گرادیان پرداخت مساوی است.

$$\begin{aligned}
 P &= 700000 \quad \text{روپیه} \\
 A1 &= 70000 \quad \text{روپیه} \\
 G &= 70000 \quad \text{روپیه} \\
 n &= 6 \quad \text{سال}
 \end{aligned}$$

ارزش آتی گزینه ۲ بصورت زیر است.

$$\begin{aligned}
 FW_2(i, 20) &= -P(F/P, i, 20, 6) + [A_1 + G(A/G, i, 20, 6)] \times (F/A, i, 20, 6) \\
 &= -700000(2/986) + [70000 + 70000(1/9788)] \times 9/93 \\
 &= -2090200 + 2070563/88 \\
 &= -19936/12 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

علامت منفی ارزش آتی بالا نشان دهنده ایجاد ضرر در گزینه ۲ است. بنابراین هیچ کدام از گزینه ها انتخاب نمی شود.

مثال ۴-۵ - شرکت ریخته گری کریشنا برنامه ریزی برای جایگزینی کوره بازپخت شان می کنند. سه نوع سازنده اولیه کوره بازپخت اظهار تمایل کرده اند. جزئیات آن در جدول زیر آمده است.

سازنده			
۳	۲	۱	
۹۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	هزینه اولیه (روپیه)
۱۲	۱۲	۱۲	عمر (سال)
۸۵۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰	هزینه عملیات و نگهداری سالانه (روپیه)
۷۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	ارزش اسقاطی پس از ۱۰ سال

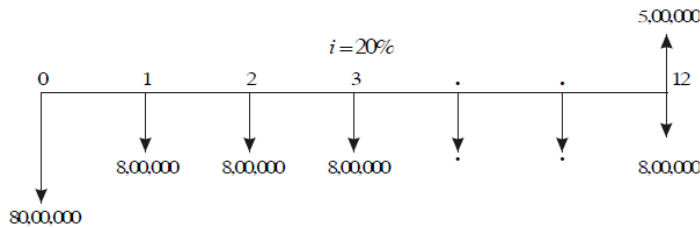
بهترین گزینه بر اساس ارزش آتی با نرخ ۲۰ درصد کدام است؟

حل

گزینه ۱- «سازنده ۱»

- روپیه ۸۰۰۰۰۰ = هزینه اولیه، P
- روپیه ۸۰۰۰۰۰ = هزینه عملیات و نگهداری سالانه، A
- روپیه ۵۰۰۰۰۰ = ارزش اسقاطی در انتهای عمر دوره
- سال ۱۲ = عمر، n

نمودار جریان نقدی این گزینه در شکل (۹-۵) نشان داده شده است.



شکل (۹-۵). نمودار جریان نقدی سازنده ۱

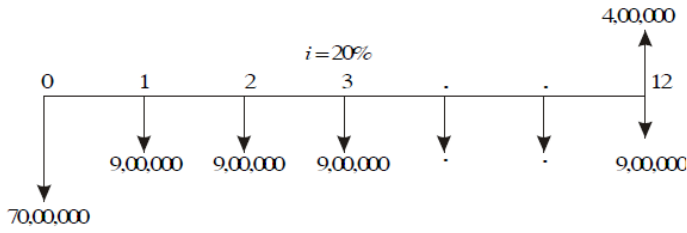
ارزش آتی گزینه ۱ بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned}
 PW_1(i=20\%) &= 8000000(F/P, i=20\%, 12) + 8000000(F/A, i=20\%, 12) - 5000000 \\
 &= 8000000(8/916) + 8000000(39/581) - 5000000 \\
 &= 102492800 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

گزینه ۲- «سازنده ۲»

- روپیه ۷۰۰۰۰۰ = هزینه اولیه، P
- روپیه ۹۰۰۰۰۰ = هزینه عملیات و نگهداری سالانه، A
- روپیه ۴۰۰۰۰۰ = ارزش اسقاطی در انتهای عمر دوره
- سال ۱۲ = عمر، n

نمودار جریان نقدی این گزینه در شکل (۱۰-۵) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱۰). نمودار جریان نقدی سازنده ۲

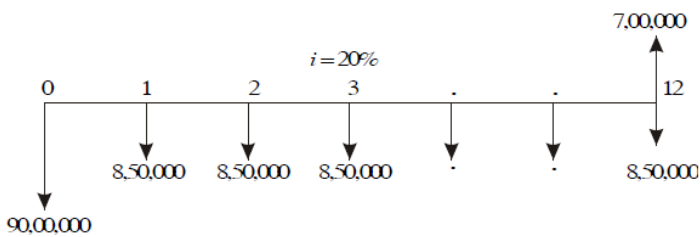
ارزش آتی گزینه ۲ بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned}
 PW_{\tau}(\cdot/20\%)_1 &= 70000000(F/P, i/20, 12) + 9000000(F/A, i/20, 12) - 4000000 \\
 &= 7000000(8/916) + 9000000(39/581) - 4000000 \\
 &= 97634900 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

گزینه ۳- «سازنده ۳»

- P، هزینه اولیه = ۹۰۰۰۰۰۰ روپیه
- A، هزینه عملیات و نگهداری سالانه، = ۸۵۰۰۰۰ روپیه
- ارزش اسقاطی در انتهای عمر کوره = ۷۰۰۰۰۰ روپیه
- n، عمر، = ۱۲ سال

نمودار جریان نقدی این گزینه در شکل (۵-۱۱) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱۱). نمودار جریان نقدی سازنده ۳

ارزش آتی گزینه ۳ بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned}
 PW_{\tau}(\cdot/20\%) &= 90000000(F/P, i/20, 12) + 8500000(F/A, i/20, 12) - 7000000 \\
 &= 9000000(8/916) + 8500000(39/581) - 7000000 \\
 &= 113187850 \quad \text{روپیه}
 \end{aligned}$$

ارزش هزینه آتی گزینه ۲ کمتر از دو گزینه دیگر است. بنابراین شرکت ریخته‌گری کریشنا کوره بازپخت را از سازنده ۲ خریداری می‌کند.

مثال ۵-۵- شرکتی بایستی تصمیم بگیرد یا ماشین A یا ماشین B را خریداری کند:

ماشین B	ماشین A	
۸۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	هزینه اولیه (روپیه)
۴	۴	عمر مفید (سال)
۵۵۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	ارزش اسقاطی در انتهای عمر ماشین (روپیه)
۰	۴۰۰۰۰	هزینه نگهداری سالانه (روپیه)

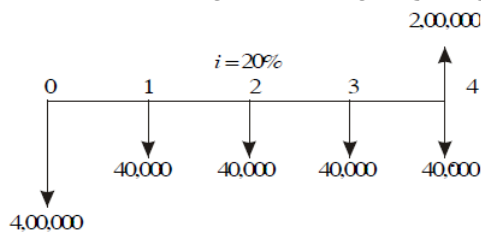
در نرخ بهره ۱۲ درصد، کدام ماشین انتخاب می‌شود. (از روش ارزش آتی استفاده نمایید).

حل

ماشین A

- روپیه ۴۰۰۰۰۰ = هزینه اولیه ماشین، P
- روپیه ۴۰۰۰۰ = هزینه عملیات سالانه، A
- روپیه ۲۰۰۰۰۰ = ارزش اسقاطی در انتهای عمر ماشین، S
- درصد ۱۲ = نرخ بهره مرکب سالانه، i
- سال ۴ = عمر، n

نمودار جریان نقدی ماشین A در شکل (۵-۱۲) نشان داده شده است.



شکل (۵-۱۲). نمودار جریان نقدی ماشین A

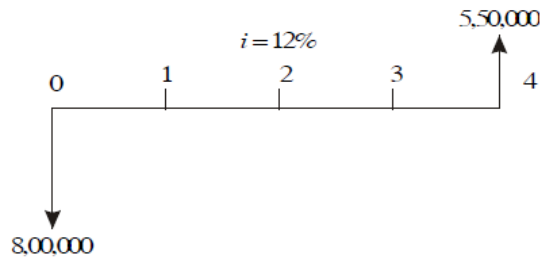
تابع ارزش آتی شکل (۱۲-۵) بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{A(.12),4} &= 400000(F/P, i/.12, 4) + 40000(F/A, i/.12, 4) - 200000 \\ &= 400000(1/574) + 40000(4/779) - 200000 \\ &= 620760 \quad \text{روپیه} \end{aligned}$$

ماشین B

- هزینه اولیه ماشین، P = ۸۰۰۰۰ روپیه
- هزینه عملیات سالانه، A = صفر
- ارزش اسقاطی در انتهای عمر ماشین، S = ۵۵۰۰۰۰ روپیه
- نرخ بهره مرکب سالانه، i = ۱۲ درصد
- عمر، n = ۴ سال

نمودار جریان نقدی ماشین B در شکل (۱۳-۵) نشان داده شده است.



شکل (۱۳-۵). نمودار جریان نقدی ماشین B

تابع ارزش آتی شکل (۱۲-۵) بصورت زیر است.

$$\begin{aligned} FW_{B(.12),4} &= 800000(F/P, i/.12, 4) - 550000 \\ &= 800000(1/574) - 550000 \\ &= 709200 \quad \text{روپیه} \end{aligned}$$

ارزش آتی هزینه ماشین A کمتر از ماشین B می‌باشد. بنابراین، ماشین A بایستی انتخاب شود.

پرسش‌ها

۱. شرکت تاکسی حومه‌شهری می‌خواهد چند تاکسی با موتور دیزلی بجای بنزینی خریداری کند. به هر خودرو بطور متوسط سالانه ۵۰۰۰۰ کیلومتر راه می‌روند عمر مفید برای خودرو با موتور بنزینی سه سال و با موتور دیزلی چهار سال است. اطلاعات مقایسه‌ای دیگر در زیر آمده است.

بنزینی	دیزلی	
۴۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	هزینه خرید خودرو (روپیه)
۲۴۰۰	۹۰۰	هزینه سوخت (لیتر)
۲۰	۳۰	میزان مصرف بنزین (کیلومتر بر لیتر)
۵۰۰	۵۰۰	حق بیمه سالانه (روپیه)
۱۰۰۰۰۰	۷۰۰۰۰	ارزش اسقاطی در انتهای عمر خودرو (روپیه)

انتخاب اقتصادی‌تر را بر اساس روش ارزش آتی مقایسه اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد باشد انتخاب کنید.

۲. موتور سیکلتی ۵۰۰۰۰ روپیه فروخته شده است. فروشنده موتورسیکلت تمایل دارد به یکی از روش‌های زیر آن را بفروشد.

(a) هیچ پرداختی اولیه نداشته باشد اما در انتهای چهار ماه اول ماهی ۱۵۰۰ روپیه و در انتهای ۱۸ ماه بعد ماهی ۳۰۰۰ روپیه دریافت کند.

(b) هیچ پرداختی اولیه نداشته باشد اما در انتهای ماه ۱۲م ۹۰۰۰۰ روپیه بجای ۵۰۰۰۰ روپیه الان، دریافت کند.

بر اساس موارد بالا و نرخ بهره سالانه ۱۲ درصد که بصورت ماهانه مرکب شده است، بهترین گزینه برای خرید بر اساس روش ارزش آتی مقایسه کدام است.

۳. به دو گزینه اجرایی زیر توجه کنید.

B	A	
۶۰۰۰	۴۰۰۰	هزینه (روپیه)
۹۶۰	۶۴۰	منافع سالانه یکنواخت (روپیه)
۲۰	۲۰	عمر مفید (سال)

با نرخ بهره ۱۵ درصد، کدام گزینه بایستی بر اساس روش ارزش آتی مقایسه انتخاب شود.
 ۴. شرکتی می‌خواهد تصمیم بگیرد ماشین A یا ماشین B را بخرد

ماشین B	ماشین A	
۸۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	هزینه اولیه (روپیه)
۵	۵	عمر مفید (سال)
۵۵۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰	ارزش اسقاطی در انتهای عمر ماشین
۰	۴۰۰۰۰	هزینه نگهداری سالانه

در نرخ بهره ۱۵ درصد کدام ماشین انتخاب می‌شود؟ (از روش ارزش آتی مقایسه استفاده شود).

۵. به علت افزایش آگاهی مصرف‌کنندگان دو شرکت سازنده تلویزیون رقابت بازاریابی خود را شروع کرده‌اند. جزئیات تبلیغات شرکت‌ها بصورت زیر است.

نشان تجاری Y	نشان تجاری X	
۱۰۰۰۰	۱۵۰۰۰	قیمت فروش هر دستگاه تلویزیون (روپیه)
-	۸۰۰۰	مقدار بازگشتی خریدار پس از ۵ سال (روپیه)

نشان تجاری اقتصادی‌تر از دیدگاه مصرف‌کننده با استفاده از روش ارزش آتی مقایسه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را انتخاب کنید.

۶. شرکت بازرگانی آلفا، پیشنهاد پذیرش ۱۰۰۰۰ روپیه در زمان حال و مجموع پرداختی ۱۶۰۰۰۰ روپیه پس از ۲۰ سال را ارائه داده است. شرکت بازرگانی بتا پیشنهادی مشابه یعنی دریافت ۱۰۰۰۰ روپیه در زمان حال و پرداخت ۳۰۰۰۰۰ روپیه پس از ۲۵ سال را ارائه کرده است. بهترین گزینه را بر اساس روش ارزش آتی مقایسه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد مقایسه و انتخاب کنید.

۷. شرکت بیمه‌ای یک سیاست بخشودگی را برای افراد با سن ۳۰ سال ارائه داده است. حق بیمه سالانه برای مجموع بیمه شده ۱۰۰۰۰۰ روپیه‌ای، ۴۰۰۰ روپیه است. این سیاست پس از ۲۵ سال سررسید می‌شود. همچنین فرد حق دارد جایزه ۷۵ روپیه‌ای برای هر هزار روپیه در هر سال را در انتهای اجرای سیاست دریافت کند. اگر این فرد تا ۱۵ سال دیگر زنده بماند:

- (a) مجموع کل چه میزان است و وی چقدر از شرکت بیمه در آن زمان دریافت می‌گیرد.
- (b) بجای پرداخت حق بیمه برای این سیاست، اگر فرد مجموع ۴۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال به مدت ۲۵ سال در برنامه دیگری سرمایه‌گذاری کند که منافع مالیاتی مشابهی دارد، ارزش آتی سرمایه‌گذاری در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را بیابید.
- (c) گزینه‌های بالا را با فرض اینکه فرد مطمئن است ۲۵ سال دیگر زنده می‌ماند، بدست آورید.